

Uma abordagem paramétrica para estimação da eficiência econômica dos agropecuaristas de minas gerais e seus condicionantes

Alexandre Rodrigues Loures¹
Gustavo Inacio de Moraes²

RESUMO: Com o objetivo de mensurar o nível de eficiência econômica dos produtores rurais de Minas Gerais o presente trabalho utilizou da abordagem paramétrica Análise da Fronteira Estocástica – SFA – e admitiu-se dois pressupostos para a distribuição do erro assimétrico: a) normal-truncada e b) meia-normal. A fonte de informação utilizada consta nos Censos Agropecuários de 1996 e de 2006, do IBGE, e encontra-se desagregada por municípios. Para 1996 foram analisados 750 municípios enquanto para 2006 a base era composta por 842 municípios. Em seguida, utilizou-se de um modelo de regressão censurada Tobit para investigar os determinantes dos escores de eficiência. Os resultados reportados apontam que apenas para a distribuição meia-normal, em 2006, a grande maioria dos municípios ficou abaixo de 50% de eficiência.

Palavras-chave: Agropecuária, Minas Gerais, Análise da Fronteira Estocástica – SFA, modelo Tobit

ABSTRACT: In order to measure the level of economic efficiency of farmers in Minas Gerais the present study used the parametric approach of Stochastic Frontier Analysis - SFA - and admitted to two assumptions for the asymmetric distribution of error: a) normal-truncated and b) half-normal. The source of information contained in the Agricultural Censuses of 1996 and 2006, the IBGE, and is broken down by municipalities. For 1996 analyzed 750 municipalities as the basis for 2006 was composed of 842 municipalities. Then we used a censored Tobit regression model to investigate the determinants of efficiency scores. Through the results reported by the study it is clear that only the half-normal distribution, in 2006, the vast majority of municipalities was below 0.50 class.

Key-words: Agricultural, Minas Gerais, Stochastic Frontier Analysis – SFA, Tobit model

¹ Economista (UFSJDR); Mestre em Economia pela PUCRS; Doutorando em Economia na UFPB.

² Economista (USP); Doutor em Economia Aplicada (ESALQ-USP).

1. Introdução

O setor agropecuário tem se destacado como uma importante fonte de emprego e renda para a economia de Minas Gerais bem como, a nível nacional, tem contribuído para a entrada de divisas e, conseqüentemente, para aumentar o nível de reservas internacionais brasileiras. Considerando que, pela teoria econômica, a firma é vista como uma função de produção que objetiva maximizar a utilização dos fatores de produção obtendo assim algum bem ou serviço (Cabral, 2011) conhecer os fatores que têm provocado a ineficiência no setor rural poderá contribuir para melhorar o resultado econômico das atividades agropecuárias.

Nota-se que Minas Gerais possui uma diversidade de atividades agropecuárias, pois sendo esse estado a quarta maior extensão territorial brasileira (sendo o maior estado fora da Amazônia Legal) há uma diferença climática expressiva entre as diversas regiões do estado além de diferença nos aspectos físicos e químicos dos solos. Tal heterogeneidade abrange não apenas o perfil da produção, mas também pode ser constatada quando se avalia a intensidade tecnológica no uso de tratores entre as diferentes mesorregiões mineiras, conforme a tabela 1. Enquanto no vale do Jequitinhonha há um trator por 1.776 hectares, no campo das vertentes esta cifra é de apenas 153 hectares. Com relação ao número médio de trabalhadores enquanto a Zona da Mata tem apenas 7,49 hectares por trabalhador, a mesorregião Noroeste de Minas registra 61 hectares por trabalhador. Essas diferenças podem ser atribuídas, seja pelas condições de clima e solo, mas também pode ser decorrente do nível de desenvolvimento humano e econômico, diferenciação de organização produtiva, posse da terra, consequência de um processo histórico e social diferenciado em cada uma das mesorregiões mineiras.

Portanto, torna-se importante analisar, através dos dados que constam nos Censos Agropecuários de 1996 e 2006, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), as atividades agrícolas e pecuárias determinando assim o nível de eficiência econômica dos produtores rurais. Possibilitando subsidiar tanto políticas públicas bem como programas de fomento ao meio rural que busquem captar recursos para estimular o crescimento e desenvolvimento regional através do setor agropecuário.

Para atingir esses objetivos optou-se por dividir o artigo em cinco seções além dessa introdução. Na seção 2 realiza-se uma revisão da literatura acerca metodologia. Na seção 3, apresentam-se os resultados e se faz uma breve discussão confrontando os resultados entre as mesorregiões mineiras e, através de um modelo de regressão censurada, pretende-se

identificar quais são os determinantes da ineficiência dos agropecuaristas mineiros. Finalmente, na seção 4 conclui-se o artigo discutindo os resultados gerais encontrados.

Tabela 1 – Intensidade tecnológica das mesorregiões mineiras

Mesorregiões	Intensidade tecnológica	
	hectares/trabalhadores	hectares/tratores
Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba	31,71	235,87
Sul/Sudoeste de Minas	8,22	112,54
Noroeste de Minas	61,09	547,06
Zona da Mata	7,49	522,15
Norte de Minas	19,74	998,40
Oeste de Minas	14,62	227,73
Vale do Rio Doce	14,50	1.116,10
Metropolitana de Belo Horizonte	13,90	351,90
Central Mineira	46,50	517,30
Campo das Vertentes	11,90	153,50
Jequitinhonha	16,10	1.772,60
Vale do Mucuri	23,70	1.526,40

Fonte: elaboração própria com base em IBGE (2006).

2. METODOLOGIA

Os modelos de fronteira estocástica foram introduzidos, simultânea e independentemente, por Aigner, Lovell e Schmidt (1977) e por Meeusen e van Den Broeck (1977). Souza, Gomes, Gazzola et al. (2008), argumentam que nos modelos de fronteira estocásticas os desvios em relação ao nível de produção ótimo podem se dar tanto em função dos erros aleatórios quanto em função dos erros de eficiência o que afetará a variável resposta. Para Conceição (2004), o termo de erro no modelo de fronteira estocástica é composto por dois componentes: a) um termo de erro simétrico que é comum a todos os produtores e que capta os choques aleatórios, ou seja, os choques fora do controle dos agentes, além dos efeitos de erros de medida e outros “ruídos” estatísticos e b) um termo de erro assimétrico (unilateral, unicaudal) captando os efeitos da ineficiência em relação à fronteira estocástica. Segundo Moreira e Fonseca (2005), os modelos SFA admitem a existência de choques aleatórios que estão fora do controle do produtor (ou seja, assume a presença de um erro estocástico na formulação do modelo), mas depende da especificação do formato da função de produção.

Farrell (1957) introduziu a discussão sobre uma técnica capaz de mensurar a eficiência de uma atividade produtiva qualquer baseada na decomposição em dois componentes; um técnico e outro alocativo. Sendo que a fronteira isoquanta unitária, ou seja, uma tecnologia uniproduto, foi empregada como padrão de eficiência. A eficiência técnica caracteriza-se por ser uma grandeza quantificadora da capacidade de uma firma em obter o máximo de *outputs* dado um conjunto de *inputs* enquanto a eficiência alocativa caracteriza-se por ser uma grandeza quantificadora da capacidade de uma firma usar os *inputs* numa proporção ótima, uma vez que são conhecidos o vetor preço e a tecnologia de produção. Para Kopp e Diewert (1982), esse é um conceito que evoluiu para as fronteiras de produção e de custo que são atualmente utilizadas nas análises da eficiência técnica. Ainda conforme esses autores, os desvios observados em relação à fronteira estocástica foram classificados por Farrell como uma medida de ineficiência técnica enquanto a ineficiência alocativa refere-se aos desvios em relação à taxa de minimização do custo dos *inputs*. Ressalta-se que um produtor tecnicamente eficiente não apresenta necessariamente a eficiência econômica, pois pode utilizar um conjunto de *inputs* que não seja o de menor custo. Para ser economicamente eficiente, o produtor deve ser tecnicamente eficiente e também utilizar os insumos de menor custo, isto é, ter eficiência alocativa.

Embora a abordagem analítica inicial, introduzida por Farrell (1957), da ineficiência técnica ser direcionada para o setor industrial, isso não inviabiliza aplicabilidade dessa para o setor primário. Segundo Coelli e Battese (1996), os economistas agrícolas têm demonstrado interesse para as técnicas de medição da eficiência produtiva de uma firma, em uma indústria, como uma técnica a ser replicada no setor primário objetivando comparar a produção de uma fazenda em relação a outras fazendas, contribuindo para que haja muitas aplicações das fronteiras de produção para as indústrias agrícolas ao longo dos anos. Dessa forma, a literatura recente de economia agrícola está farta de trabalhos empíricos que se concentram na imperfeição, na medição parcial da produtividade, tais como os rendimentos por hectares ou a produção por unidade de trabalho. Battese (1992) e Bravo-Ureta e Pinheiro (1993) corroboram com essa percepção uma vez que esses trabalhos propõem a mensurar a eficiência técnica no setor agrícola, sendo que esse último tem como objetivo central quantificar a ineficiência em países em desenvolvimento.

Uma extensão importante das fronteiras de produção é que; por meio dessas tornar-se possível identificar quais variáveis estão impactando negativamente na eficiência técnica e alocativa dos produtores rurais e, sendo assim, orientar aos formuladores de políticas públicas

quais medidas devem ser incentivadas para que se possa maximizar a produção dada uma quantia fixa de *inputs* (ótica da função produção) ou minimizar os custos de produção (ótica da função custo). Segundo Coelli e Battese (1996), Bravo-Ureta e Pinheiro (1993) salientam a importância das aplicações que procuram encontrar uma relação entre eficiência técnica e diversas variáveis socioeconômicas tais como: idade e nível de educação do agricultor, tamanho da propriedade rural, acesso ao crédito e utilização de serviços de extensão. Uma vez identificado cada um dos fatores que estão impactando negativamente o nível de eficiência técnica dos produtores rurais, os formuladores de políticas públicas podem usar dessas informações para tentarem aumentar o nível médio da eficiência dos fazendeiros.

Existem quatro formas distintas para se calcular a eficiência técnica (TE_i) dos produtores nos modelos de Análise da Fronteira Estocástica (SFA): meia-normal, exponencial, normal-truncada e normal-gama. Porém, devido a limitações computacionais, no presente trabalho serão calculadas as distribuições dos erros meia-normal e normal-truncada utilizando o software estatístico R. Importante salientar que a distribuição meia-normal do erro assimétrico tem sido alvo de críticas e por isso mesmo surgiram novas formas de distribuição do componente de erro u_i . Meeusen e van Den Broeck (1977) e Aigner, Lovell e Schmidt (1977) admitiram que a distribuição do erro assimétrico poderia assumir um formato unilateral e, sendo assim, apresentaram o logaritmo da função de verossimilhança bem como alguns resultados associados a essa para o caso em que a distribuição daquele erro fosse exponencial. Stevenson (1980), questionando a restrição imposta no modelo apresentado por Aigner, Lovell e Schmidt (1977) da meia-normalidade, sugeriu uma distribuição normal-truncada para o componente de erro que capta a ineficiência dos produtores. Greene (1990) sugeriu que ao invés de u_i possuir uma distribuição meia-normal esse teria uma distribuição normal-gama. Contudo, conforme Greene (1990), apesar dos modelos que assumem a distribuição meia-normal para o erro assimétrico serem criticados, esses ainda continuam a dominar os trabalhos empíricos na literatura contemporânea.

Os modelos de fronteira estocástica são representados como se segue:

$$\ln q_i = f(x_i; \beta) + v_i - u_i \quad (1)$$

Ou, ainda, pode ser dado pela seguinte forma matricial:

$$\ln q_i = x_i' \beta + v_i - u_i \quad (2)$$

em que o termo q_i representa o produto do i -ésimo produtor; x_i é um vetor de dimensões $K \times 1$ que contém o logaritmo dos insumos; β é um vetor dos parâmetros desconhecidos; v_i representa um erro simétrico cuja a função é capturar qualquer choque aleatório fora do controle do produtor e u_i caracteriza um erro assimétrico que assume apenas valores não-negativos ($u_i \geq 0$) e que captura o efeito da ineficiência técnica. Segundo Aigner, Lovell e Schmidt (1977) pode-se considerar como duas outras fontes do erro simétrico os erros de observação e os de medida em q_i . Fazendo $\varepsilon_i = v_i - u_i$ tem-se:

$$\ln q_i = x_i' \beta + \varepsilon_i \quad (3)$$

em que ε_i é denotado de erro composto.

Devido ao fato de que as condições ambientais desfavoráveis quanto as favoráveis são igualmente prováveis é que se pode dizer que v_i possui uma distribuição simétrica. Por sua vez, em geral, a assimetria da distribuição de u_i está alicerçada no fato de que o maior número de produtores estará mais próximo da fronteira. Assim, assumindo a distribuição simétrica do componente de erro v_i e que esse seja independente de u_i , uma vez que esse último componente de erro é sempre não-negativo tem-se que o erro composto ε_i será assimétrico. Conforme Coelli, Rao, O'Donnell et al. (2005), o modelo (4) é conhecido como função de produção fronteira estocástica, pois os valores de q_i terão como limite superior (fronteira) a variável estocástica $\exp(x_i' \beta + v_i)$ e, uma vez que, o erro simétrico pode assumir tanto valores positivos quanto negativos os valores da fronteira estocástica variarão em função da parte determinística, $\exp(x_i' \beta)$.

Decompondo o modelo dado por (4) obtém-se um componente determinístico $\exp(x_i' \beta)$ que é comum a todos os produtores; um termo de erro $\exp(v_i)$ e outro termo de erro representado por $\exp(u_i)$. De maneira geral, as análises de fronteira estocástica estão preocupadas em mensurar os efeitos da ineficiência do produtor. Sendo a medida de eficiência técnica, com orientação *output*, para o i -ésimo produtor, como se segue:

$$TE_i = \frac{q_i}{\exp(x_i' \beta + v_i)} = \frac{\exp(x_i' \beta + v_i - u_i)}{\exp(x_i' \beta + v_i)} \quad (4)$$

$$= \exp(-u_i)$$

A medida de eficiência técnica (TE_i) quantifica o produto do i -ésimo produtor em relação ao produto máximo factível obtido por um produtor totalmente eficiente usando o mesmo vetor de insumos x'_i . Essa medida está definida no intervalo $0 \leq TE_i \leq 1$. Sendo que, quando o resultado reportado for igual a zero significa que o produtor é totalmente ineficiente, caso contrário, quando for igual a um, o produtor estará sobre a fronteira de produção e por isso mesmo será totalmente eficiente.

Conforme Coelli, Rao, O'Donnell et al. (2005), em função de haver dois componentes de erro no lado direito do modelo (4) os métodos de estimação devem estar alicerçados sob os pressupostos relativos a essas duas variáveis, v_i e u_i . O erro simétrico é assumido como tendo uma distribuição independente do erro assimétrico e, por sua vez, admite-se que tanto aquele quanto esse são não correlacionados com as variáveis explanatórias em x_i . Além do mais,

$$E(v_i) = 0; \tag{5}$$

$$E(v_i^2) = \sigma_v^2; \tag{6}$$

$$E(v_i v_j) = 0 \text{ para todo } i \neq j; \tag{7}$$

$$E(u_i^2) = \text{constante}; e \tag{8}$$

$$E(u_i u_j) = 0 \text{ para todo } i \neq j. \tag{9}$$

Assim, pode-se dizer que o componente de erro simétrico possui as mesmas propriedades dos resíduos de um modelo de regressão linear clássica enquanto o componente de ineficiência u_i possui também as mesmas propriedades desses modelos exceto, a estatística esperança matemática que no caso desse último termo é diferente de zero, $E(u_i) \neq 0$, pois u_i é sempre não-negativo. Destarte, para os modelos de fronteira estocástica com distribuição meia-normal do erro assimétrico, o termo de erro v_i é dito possuir uma distribuição normal, $v_i \sim iid N(0, \sigma_v^2)$, enquanto o componente de ineficiência é dito possuir uma distribuição meia-normal, $u_i \sim iid N^+(0, \sigma_u^2)$, isto é, u_i é uma variável aleatória com média modal igual a zero. Para Pessanha e Souza (2003), serão essas suposições sobre os dois termos de erro que irão possibilitar o uso dos estimadores de máxima verossimilhança na estimação dos parâmetros do modelo de regressão bem como serão importantes na mensuração da eficiência técnica dos produtores, baseado na distribuição condicional de u_i dado ε_i .

2.1 Modelo Tobit

Nos casos em que a variável explicada está limitada entre certos valores ou concentrada em torno de um valor limite, o que representaria um problema, utiliza-se um modelo de regressão censurada Tobit. Pois se fosse realizada uma estimação pelo método dos mínimos quadrados (MQO), sob essas condições, os estimadores dos parâmetros da regressão não seriam consistentes, em virtude das observações estarem concentradas em um ocasionando uma correlação entre o termo de erro da regressão e as covariadas (X_i 's). Portanto, para que se possam obter parâmetros não viesados a esperança matemática do erro deve ser calculada como uma esperança condicional, $[E(\mu_i | \mu_i < y_i^c - X_i\beta)]$. Contudo, torna-se importante destacar que as variáveis explicativas podem assumir qualquer valor.

Sendo assim, optou-se pela utilização desse modelo econométrico objetivando identificar quais são os condicionantes da eficiência dos municípios de Minas Gerais. Então, como regressanda será utilizado os escores de eficiências anteriormente estimados pelas metodologias paramétricas e não-paramétricas e por sua vez como regressoras serão empregados fatores relacionados com as atividades agrícolas e pecuárias e que possam estar impactando no nível de eficiência dos agropecuaristas mineiros. Conforme Greene (1997), o método de estimação do modelo Tobit é o da máxima verossimilhança cuja equação estrutural é dada por:

$$y_i^* = X_i\beta + \varepsilon_i \quad (10)$$

em que ε_i é a variável aleatória do modelo, β representa o vetor dos coeficientes a serem estimados, $X_i = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ são as variáveis exógenas do modelo e a variável observada y_i^* é aquela que assume apenas valores inferiores a um e que será censurada para valores iguais ou maiores a um. Logo, a representação matemática para essa restrição será dada por:

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & \text{se } y_i^* < y_i^c \\ y_i^c & \text{se } y_i^* \geq y_i^c \end{cases} \quad (11)$$

Mas uma vez que o valor da censura é representado por y_i^c , e esse é igual a um, tem-se:

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & \text{se } y_i^* < 1 \\ 1 & \text{se } y_i^* \geq 1 \end{cases} \quad (12)$$

De acordo com Winkelmann e Boes (2009), a representação da contribuição das variáveis censuradas bem como das não-censuradas na formação da função de verossimilhança é dada respectivamente por:

$$\begin{aligned} \Pr(y_i = y_i^c) &= \Pr(y_i^* \geq y_i^c) \\ &= \Pr(X_i\beta + \mu_i \geq y_i^c) \\ &= \Pr(\mu_i \geq y_i^c - X_i\beta) \\ &= \Pr\left(\frac{\mu_i}{\sigma} \geq \frac{y_i^c - X_i\beta}{\sigma}\right) \\ &= 1 - \Pr\left(\frac{\mu_i}{\sigma} \leq \frac{y_i^c - X_i\beta}{\sigma}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{y_i^c - X_i\beta}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

Com essas duas contribuições torna-se possível a formulação, para o modelo Tobit, da função log-verossimilhança encontrando os valores estimados para o vetor de parâmetros β bem como as estimações para o parâmetro σ do desvio-padrão da regressão como se segue:

$$l(\beta, \sigma, y) = \sum_{y_i \geq y_i^c} \log \left[1 - \Phi\left(\frac{y_i^c - X_i\beta}{\sigma}\right) \right] + \sum_{y_i = y_i^c} \log \left[\frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{y_i - X_i\beta}{\sigma}\right) \right] \quad (14)$$

em que $\Phi(\cdot)$ representa a função de distribuição cumulativa normal padrão enquanto $\varphi(\cdot)$ representa a função de densidade normal padrão.

Entretanto, nos modelos de regressão censurada a relação entre a variável explicada e as explicativas não é interpretada diretamente por meio dos parâmetros da regressão, mas antes pelo contrário, pelo efeito marginal dessas sobre aquela. Desse modo, segundo Greene (1997) a equação do efeito marginal é dada por:

$$EM = \left[1 - F\left(\frac{-X'\beta}{\sigma}\right) \right] \beta \quad (15)$$

em que a função de distribuição acumulada normal (Φ) é representada por F e, por sua vez, os parâmetros estimados são representados por β e σ sendo esses estimados por meio da máxima verossimilhança.

Desse modo, após calcular o efeito marginal de cada uma das variáveis elencadas, calculado no ponto médio, é possível mensurar o impacto dessas sobre o nível de eficiência dos produtores rurais assim como fazer simulações e projeções.

3. ESTIMAÇÃO E RESULTADOS

A fonte de informação utilizada no presente trabalho consta nos Censos Agropecuários de 1996 e de 2006, do IBGE, e encontra-se desagregada por municípios. Para os dados de 1996 havia 756 municípios, sendo que, Belo Horizonte, Diogo de Vasconcelos, Palmópolis, Raposos, Santo Antônio do Jacinto e Timóteo foram excluídos por apresentarem dados faltantes em algumas das variáveis elencadas por este trabalho e, portanto, restaram 750 observações. Por sua vez, a base de dados de 2006 continha 853 municipalidades, contudo, Córrego Novo, Divisa Alegre, Nova Lima, Presidente Kubitschek, Raposos, Rio Acima, Santa Cruz de Minas, São José da Safira, Sarzedo, Timóteo e Wenceslau Brás foram eliminadas da análise por possuírem algumas variáveis com dados faltantes, resultando em uma base de dados com 842 observações. Nas análises, tanto para 1996 quanto para 2006, foram considerados três fatores de produção: terra (L), mão de obra (M) e tratores (T) sendo os vetores preços desses representados por w_L, w_M e w_T , respectivamente. Ressalva-se que os valores monetários para 1996, neste trabalho, estão a preços de 2006 corrigidos pelo Índice de Preço por Atacado (produtos agropecuários) – IPA – da Fundação Getúlio Vargas (FGV).

Para calcular a eficiência técnica utilizou-se como variável dependente (E_{t_i}) o logaritmo do produto financeiro da agropecuária mineira, ou seja, produção agrícola e pecuária, indicado por IBGE (1996) e IBGE (2006). Como variáveis independentes utilizou-se os logaritmos das quantidades dos *inputs* empregados nessa atividade, informação disponibilizada em IBGE (1996) e IBGE (2006), que foram: a) a área, em hectares, utilizada nas atividades agropecuárias (Q_L); b) o número de trabalhadores empregados nas propriedades rurais³ (Q_M) e c) o número de tratores existentes nos estabelecimentos rurais

³ Nogueira 2005 pondera os indivíduos ocupados nos estabelecimentos rurais como: homem (100%), mulher (80%) e crianças (50%) para diferenciar a produtividade de cada um deles, contudo, no presente trabalho optou-se por não adotar tal metodologia, pois considera que a mesma possa compensar alguma ineficiência.

(Q_T). Logo, a equação representativa da regressão para os modelos de fronteira de produção estocástica é como se segue:

$$E_{t_i} = \beta_0 + \beta_1 \ln Q_{L_i} + \beta_2 \ln Q_{M_i} + \beta_3 \ln Q_{T_i} + e_i \quad (16)$$

Por sua vez, para a função custo, ou seja, para a eficiência alocativa, a variável explicada (E_{a_i}) é o logaritmo do custo total das variáveis independentes. Sendo assim, o preço da terra (w_L^*) por município foi calculado a partir do somatório das despesas com adubos e corretivos, sementes e agrotóxicos, aluguel de máquinas, despesas bancárias e juros e outras despesas, impostos e taxas e sacarias e outras embalagens, informações disponibilizadas em IBGE (1996) e IBGE (2006). Para o preço de mão de obra (w_M^*) a apuração resultou do somatório das despesas com salários e empreitada. Já o preço da variável trator (w_T^*) foi calculado a partir da soma das despesas com transporte e com combustível.

Como variáveis exógenas foram utilizados os logaritmos dos preços unitários dos *inputs* (área, mão de obra e trator). Dessa forma, o vetor preço por município da regressora área (w_L) foi calculado a partir da razão entre o montante gasto com essa variável e o total de hectares empregados na agropecuária dos municípios mineiros, conforme IBGE (1996) e IBGE (2006). Analogamente foi possível obter os vetores preços por município das variáveis explicativas mão de obra (w_M) e trator (w_T), isto é, a razão entre a despesa monetária com cada uma dessas variáveis e a quantidade utilizada delas nas atividades agrícola e pecuária mineira. Por último, o logaritmo do produto financeiro (P_i) por hectare também foi utilizado como uma variável exógena. Então, a equação representativa da regressão paramétrica é:

$$E_{a_i} = \beta_0 + \beta_1 \ln P_i + \beta_2 \ln w_{L_i} + \beta_3 \ln w_{M_i} + \beta_4 \ln w_{T_i} + e_i \quad (17)$$

Para o modelo de regressão censurada Tobit tanto para a análise referente ao ano de 1996 quanto para 2006 a variável dependente (E_i) utilizada foi os escores das eficiências econômicas da SFA. Como variáveis independentes utilizou-se os logaritmos do número de estabelecimentos com assistência técnica (X_1), do número de estabelecimentos que utilizaram adubos e corretivos de solo (X_2), do número de estabelecimentos que realizaram o controle de pragas e doenças (X_3), do número de estabelecimentos que utilizaram a técnica de irrigação nas lavouras (X_4), valor dos investimentos, por município, realizados pelos estabelecimentos

(X_5), valor do financiamento, por município, efetuado pelos estabelecimentos (X_6), do somatório da área (ha) de lavouras permanentes e temporárias, pastagens naturais e artificiais e matas naturais e plantadas (X_7) – indicando a intensidade de utilização da terra em cada município, da área (ha) de lavouras em descanso e produtivas e não utilizadas em cada município (X_8) e a média dos anos de estudo em cada município, indicando a importância do nível educacional (X_9). Desse modo, a função da regressão Tobit é:

$$E_i = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \dots + \beta_8 \ln X_8 + \beta_9 \ln X_9 + \varepsilon_i \quad (18)$$

Tanto as medidas de eficiências quanto os parâmetros do modelo Tobit, foram calculados utilizando-se o software estatístico R 2.15.1. No presente trabalho, optou-se por trabalhar com as formas funcionais flexíveis de primeira ordem, ou seja, uma aproximação diferencial de primeira ordem para uma função qualquer em um único ponto. Desse modo, empregou-se uma forma funcional linear entre regressanda e regressores cujo formato é do tipo: $y = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n x_n$. Para esse modelo de fronteira de produção há quatro pressupostos para a distribuição do erro assimétrico do modelo: meia-normal, normal-truncada, exponencial e normal-gama. Sendo que para a análise em questão foram estimadas as regressões somente sob os dois primeiros pressupostos, em função de limitações computacionais, pois o software utilizado R 2.15.1 não possui as distribuições exponencial e normal-gama.

3.1 Análise da fronteira estocástica (SFA) para o ano de 1996

Para o ano de 1996, em nenhuma das suposições da distribuição de erro empregadas neste trabalho houve a ocorrência de algum município com eficiência econômica total, ou seja, que estivesse situado sobre a fronteira de produção. Analisando a Tabela 2, percebe-se que os valores reportados para as eficiências econômicas média e mediana foram respectivamente, 0,5651 e 0,5839 para a distribuição meia-normal e 0,6399 e 0,6672 para o pressuposto de uma distribuição normal-truncada.

Tabela 2 – Estatísticas descritivas para as eficiências econômicas (1996)

Distribuição do erro	Média	Mediana
Meia-normal	0,5651	0,5839

Normal-truncada	0,6399	0,6672
------------------------	--------	--------

Fonte: Resultados da pesquisa.

Ratificando os resultados obtidos com a média e a mediana, a distribuição normal-truncada para o erro assimétrico, é que apresentou valores maiores para os percentis, evidenciando que a eficiência econômica sob o pressuposto de uma distribuição normal-truncada é superior à de uma distribuição meia-normal. Verifica-se pela Tabela 3 que mais uma vez a amplitude entre o primeiro e o nono decil, para ambas as distribuições, é moderada, sinalizando haver uma homogeneização nos modos de produção dos agropecuaristas mineiros.

Tabela 3 – Percentis para as eficiências econômicas (1996)

Distribuição do erro	Percentis							
	10%	20%	30%	40%	60%	70%	80%	90%
Meia-normal	0,4058	0,4719	0,5175	0,5543	0,6072	0,6312	0,6597	0,6975
Normal-truncada	0,4824	0,5610	0,6059	0,6392	0,6870	0,7062	0,7293	0,7581

Fonte: Resultados da pesquisa.

Como supracitado, não houve a ocorrência, nem para distribuição meia-normal e nem para a normal-truncada, de um município com eficiência econômica total. Nota-se pela Tabela 4 que para ambos os pressupostos a eficiência máxima foi de 0,90 e, desse modo, os *inputs* poderiam ser reduzidos sem que o nível de produção fosse alterado, ou seja, esse permaneceria o mesmo.

Tabela 4 – Intervalo de classe para as eficiências econômicas (1996)

Classes	Freq. absoluta		Freq. relativa (%)		Freq. acumulada (%)	
	Normal	Truncada	Normal	Truncada	Normal	Truncada
0 < E ≤ 0,50	194	85	25,9	11,3	25,9	11,3
0,50 < E ≤ 0,70	486	409	64,8	54,5	90,7	65,8
0,70 < E ≤ 0,90	70	256	9,3	34,2	100,0	100,0
0,90 < E ≤ 1	0	0	0	0	100,0	100,0

Fonte: Resultados da pesquisa.

3.2 Análise da fronteira estocástica (SFA) para o ano 2006

Assim como em 1996, nenhum dos 842 municípios analisados em 2006 obteve eficiência econômica máxima, isto é, não atingiu a eficiência igual a um. Percebe-se pela Tabela 5 que os valores das eficiências médias e medianas foram: 0,3970 e 0,4063 para a distribuição do erro assimétrico meia-normal e 0,4799 e 0,5013 para a normal-truncada, respectivamente.

Tabela 5 – Estatísticas descritivas para as eficiências econômicas (2006)

Distribuição do erro	Média	Mediana
Meia-normal	0,3970	0,4063
Normal-truncada	0,4799	0,5013

Fonte: Resultados da pesquisa.

Analisando as classes dos percentis contidas na Tabela 6 nota-se que para a distribuição meia-normal 90% dos municípios obtiveram eficiência igual ou inferior a 0,5467 enquanto para o pressuposto de um erro com uma média truncada em zero, considerando aquele mesmo percentil, o valor foi igual ou inferior a 0,6300. Por último, destaca-se que a amplitude entre o primeiro decil e a média e entre essa e o nono decil, em ambas as distribuições, estavam próximos, indicando haver um pequeno desvio das eficiências em relação à eficiência média.

Tabela 6 – Percentis para as eficiências econômicas (2006)

Distribuição do erro	Percentis							
	10%	20%	30%	40%	60%	70%	80%	90%
Meia-normal	0,2316	0,2916	0,3349	0,3721	0,4338	0,4635	0,5026	0,5467
Normal-truncada	0,3041	0,3771	0,4275	0,4672	0,5267	0,5556	0,5879	0,6300

Fonte: Resultados da pesquisa.

Verifica-se pela Tabela 7 que das 842 observações para o ano de 2006 que cinco produtores na meia-normal e 20 produtores na normal-truncada obtiveram eficiência econômica superior a 0,70 e menor ou igual 0,90. Contudo, em nenhuma das duas distribuições houve a ocorrência de algum município que estivesse sobre a fronteira de

produção, isto é, que tivesse alcançado a eficiência total. No caso da meia-normal, 99,4% das observações possuíam eficiência inferior ou igual a 0,70 enquanto na normal-truncada 97,6% dos municípios situavam nessa mesma classe de eficiência. Sendo assim, para aquela apenas 0,6% dos municípios atingiram eficiência superior a 0,70 enquanto para essa 2,4% possuíam escore de eficiência entre 0,70 e 0,90.

Tabela 7 – Intervalo de classe para as eficiências econômicas (2006)

Classes	Freq. absoluta		Freq. relativa (%)		Freq. acumulada (%)	
	Normal	Truncada	Normal	Truncada	Normal	Truncada
$0 < E \leq 0,50$	665	415	79,0	49,3	79,0	49,3
$0,50 < E \leq 0,70$	172	407	20,4	48,3	99,4	97,6
$0,70 < E \leq 0,90$	5	20	0,6	2,4	100,0	100,0
$0,90 < E \leq 1$	0	0	0	0	100,0	100,0

Fonte: Resultados da pesquisa.

Nota-se pelas Tabelas 8 e 9 que a maioria dos produtores rurais da mesorregião Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba obteve uma eficiência maior que 0,50 em 1996, por sua vez, em 2006 a eficiência alcançada foi menor ou igual 0,50 (conforme Tabelas 10 e 11). Como é sabido que essa região possui solos favoráveis à agricultura bem como um relevo que facilita uma mecanização intensiva infere-se que os produtores não estavam utilizando os recursos na melhor proporção possível. Talvez o que tenha contribuído para que os agropecuaristas situassem num intervalo de classe inferior em 2006 tenha sido a crise agrícola ocorrida em 2005.

Tabela 8 – Intervalo de classes para as eficiências econômicas – SFA (1996)

Mesorregião	Distribuição do erro assimétrico normal-truncada			
	$0 < E \leq 0,50$	$0,50 < E \leq 0,70$	$0,70 < E \leq 0,90$	$0,90 < E \leq 1$
Triângulo	0	35	29	0
Sul/Sudoeste	8	88	48	0
Noroeste	2	10	1	0
Zona da Mata	4	59	66	0
Norte	33	17	3	0
Oeste	1	28	15	0
Rio Doce	8	46	28	0
Metropolitana	13	52	32	0
Central	2	14	14	0

Vertentes	0	22	13	0
Jequitinhonha	12	26	3	0
Mucuri	2	12	4	0

Fonte: Resultados da pesquisa.

Para a mesorregião Norte de Minas, conforme Tabelas 8 e 9, tanto para a distribuição meia-normal (88,7%) quanto para a distribuição normal-truncada (62,3%) mais da metade dos municípios dessa situou-se num intervalo de classes cuja eficiência é maior ou igual a zero e menor que 0,50 (os valores entre parênteses indicam a porcentagem de municípios classificados nesse intervalo). Sendo que esses resultados foram coerentes uma vez que o tipo de solo (aspectos físicos e químicos) encontrado nessa região bem como o clima são desfavoráveis ao aproveitamento agrícola. Percebe-se pelas Tabelas 10 e 11 que esse quadro se manteve em 2006 e os resultados foram 89,8% (normal-truncada) e 94,3% (meia-normal). Já para a mesorregião Zona da Mata, onde os aspectos físicos e químicos são favoráveis à agricultura, os escores da eficiência econômica dos agropecuaristas mineiros situaram-se em um intervalo de classe superior ao da região Norte de Minas. Conforme a Tabela 8, 51,2% dos produtores rurais obteve eficiência compreendida no intervalo 0,70-0,90 (aberto no limite inferior e fechado no superior), por sua vez, pela Tabela 9, para 71,3% dos municípios o intervalo de classe da eficiência foi maior que 0,50 e menor ou igual a 0,70. Importante destacar que esse comportamento só não se manteve para a distribuição do erro assimétrico meia-normal, em 2006, para a Zona da Mata. Pois para essa região a grande maioria dos produtores rurais foram classificados com um nível de eficiência econômica que ficou compreendido num intervalo de classe 0-0,50 (Tabela 11). Todavia, pode-se inferir que essa menor eficiência obtida talvez tenha sido ocasionada pela crise ocorrida no setor agropecuário brasileiro em 2005 e que teve como consequência o aumento dos custos dos fatores de produção.

Tabela 9 – Intervalo de classes para as eficiências econômicas – SFA (1996)

Mesorregião	Distribuição do erro assimétrico meia-normal			
	$0 < E \leq 0,50$	$0,50 < E \leq 0,70$	$0,70 < E \leq 0,90$	$0,90 < E \leq 1$
Triângulo	4	53	7	0
Sul/Sudoeste	28	107	9	0
Noroeste	4	9	0	0
Zona da Mata	14	92	23	0
Norte	47	5	1	0

Oeste	7	32	5	0
Rio Doce	22	52	8	0
Metropolitana	31	54	12	0
Central	4	24	2	0
Vertentes	2	31	2	0
Jequitinhonha	25	15	1	0
Mucuri	6	12	0	0

Fonte: Resultados da pesquisa.

Para a mesorregião Sul/Sudoeste de Minas cujo solo não possui características ambientais e propriedades físicas e químicas favoráveis à agricultura bem como apresenta um relevo que dificulta a mecanização dessa região esses fatores acabam por impactar sobre as atividades agropecuárias contribuindo para que minimizassem a eficiência dos agropecuaristas. Para a SFA 1996 havia 144 municípios nessa região sendo que 66,7% e 93,8% dos produtores rurais obtiveram escore de eficiência compreendido no intervalo 0-0,70 sendo os pressupostos de distribuição do erro, respectivamente, normal-truncada e meia-normal (Tabelas 8 e 9).

Tabela 10 – Intervalo de classes para as eficiências econômicas – SFA (2006)

Mesorregião	Distribuição do erro assimétrico normal-truncada			
	$0 < E \leq 0,50$	$0,50 < E \leq 0,70$	$0,70 < E \leq 0,90$	$0,90 < E \leq 1$
Triângulo	34	31	1	0
Sul/Sudoeste	64	76	5	0
Noroeste	14	5	0	0
Zona da Mata	42	98	2	0
Norte	79	8	1	0
Oeste	18	25	1	0
Rio Doce	43	55	1	0
Metropolitana	39	54	8	0
Central	16	14	0	0
Vertentes	14	20	1	0
Jequitinhonha	38	12	0	0
Mucuri	14	9	0	0

Fonte: Resultados da pesquisa.

Já os resultados para 2006 em que o número de municípios, devido às emancipações ocorridas na década compreendida entre os dois censos, era de 145, para a normal-truncada havia 96,6% e para a meia-normal havia 97,9%, considerando o intervalo de 0-0,70.

Tabela 11 – Intervalo de classes para as eficiências econômicas – SFA (2006)

Mesorregião	Distribuição do erro assimétrico meia-normal			
	$0 < E \leq 0,50$	$0,50 < E \leq 0,70$	$0,70 < E \leq 0,90$	$0,90 < E \leq 1$
Triângulo	51	15	0	0
Sul/Sudoeste	116	26	3	0
Noroeste	15	4	0	0
Zona da Mata	99	42	1	0
Norte	83	5	0	0
Oeste	36	8	0	0
Rio Doce	78	20	1	0
Metropolitana	70	31	0	0
Central	24	6	0	0
Vertentes	27	8	0	0
Jequitinhonha	43	7	0	0
Mucuri	23	0	0	0

Fonte: Resultados da pesquisa.

3.3 Determinantes da ineficiência – modelo Tobit

Para a Análise da Fronteira Estocástica, em 1996, tanto para uma distribuição normal-truncada do erro assimétrico quanto para a meia-normal, das nove variáveis exógenas cinco foram estatisticamente significantes (Tabelas 13 e 14). Sendo as mesmas variáveis em ambas as distribuições. Com relação positiva teve-se: adubos e corretivos e investimento. Já com relação negativa foram: controle de praga e doenças, irrigação e lavouras em descanso. O uso de adubos e corretivos apresentou o maior impacto sobre as eficiências, 0,0438 (Tabela 27), logo, um aumento no nível da eficiência econômica talvez possa ser obtido com o aumento da utilização desses nas regiões menos eficientes. Por sua vez, a irrigação mostrou-se como um dos fatores que minimizou a eficiência dos agropecuaristas mineiros.

Tabela 12 – Condicionantes da eficiência econômica (Modelo Tobit)

Variáveis explicativas	Normal-truncada 1996		Normal-truncada 2006	
	Efeito marginal	Probabilidade	Efeito marginal	Probabilidade
Constante	0,7488	< 2e-16 ^a	0,7178	<2e-16 ^a
Assistência técnica	0,0039	0,4687	0,0051	0,5283
Adubos e corretivos	0,0438	8,72e-08 ^a	0,0200	0,0018 ^b
Pragas e doenças	-0,0374	0,0023 ^b	0,0030	0,6463
Irrigação nas lavouras	-0,0093	0,0126 ^c	-0,0063	0,0968
Investimentos	0,0273	9,91e-05 ^a	-0,0050	0,5902
Financiamento	-0,0015	0,5602	-0,0065	0,5791
Intensidade do uso da terra	-0,0115	0,1824	-0,0408	4,7e-11 ^a
Lavouras em descanso	-0,0212	6,34e-07 ^a	-0,0051	0,1479
Média de anos de estudo	0,0149	0,3896	0,0760	0,0010 ^a
σ	-2,3421	<2e-16 ^a	-2,1425	<2e-16 ^a

Fonte: Resultados da pesquisa.

Nível de significância: a = 0,1%; b = 1%; c = 5% e d = 10%.

Por último, conforme Tabela 13, para o ano de 2006, sob a análise da SFA, para a suposição de uma distribuição normal-truncada do erro as variáveis significativas foram: adubos e corretivos (relação positiva), irrigação (relação negativa), lavouras permanentes e temporárias, pastagens naturais e artificiais e matas naturais e plantadas (relação negativa) e média dos anos de estudos (relação positiva). Sendo que a intensidade do uso da terra mostrou-se como o segundo maior condicionante a impactar as eficiências (o maior foi média dos anos de estudos), mas mais uma vez pode-se considerar esse resultado como um efeito da crise de 2005. Segundo a Tabela 14, para a distribuição meia-normal adubos e corretivos tinha uma relação positiva assim como média dos anos de estudo (sendo o maior coeficiente 0,0700). Já lavouras permanentes e temporárias, pastagens naturais e artificiais e matas naturais e plantadas e lavouras em descanso e produtivas e não utilizadas mantinham uma relação inversa com os escores de eficiências.

Tabela 13 – Condicionantes da eficiência econômica (Modelo Tobit)

Variáveis explicativas	Meia-normal 1996		Meia-normal 2006	
	Efeito marginal	Probabilidade	Efeito marginal	Probabilidade
Constante	0,6710	2,04e-14 ^a	0,6880	<2e-16 ^a
Assistência técnica	0,0025	0,6485	0,0039	0,6030
Adubos e corretivos	0,0427	3,79e-07 ^a	0,0177	0,0031 ^b
Pragas e doenças	-0,0378	0,0027 ^b	0,0018	0,7708
Irrigação nas lavouras	-0,0091	0,0179 ^c	-0,0045	0,2087

Investimentos	0,0296	3,96e-05 ^a	-0,0032	0,7098
Financiamento	-0,0010	0,7195	-0,0046	0,6731
Intensidade do uso da terra	-0,0127	0,1516	-0,0448	1,37e-14 ^a
Lavouras em descanso	-0,0214	9,95e-07 ^a	-0,0060	0,0671 ^d
Média de anos de estudo	0,0164	0,3578	0,0700	0,0012 ^b
σ	-2,3150	<2e-16 ^a	-2,2059	<2e-16 ^a

Fonte: Resultados da pesquisa.

Nível de significância: a = 0,1%; b = 1%; c = 5% e d = 10%.

4. COMENTÁRIOS FINAIS

Ciente da consolidação das atividades agrícolas e pecuárias como um dos setores de grande importância para a economia brasileira, uma vez que tem contribuído para melhorar as condições socioeconômicas nacionais por meio da geração de renda e trabalho bem como com a entrada de divisas, estudos sobre essas atividades são sempre de grande utilidade.

Sendo assim, este trabalho objetivou estimar a eficiência econômica dos municípios de Minas Gerais empregando uma abordagem paramétrica (SFA). Pois uma vez conhecidos os escores de eficiência de cada um dos municípios esses poderão ser utilizados pelos formuladores de políticas econômicas bem como pelos programas de fomento ao meio rural na adoção de medidas com resultados mais efetivos.

Constatou-se que coerentemente com a caracterização dos tipos de solo das mesorregiões no ano de 1996 o fator físico pode ter influenciado o *ranking* de escores de eficiências econômicas. Por exemplo, a mesorregião Triângulo Mineiro/Alto Paranaíba que apresenta, no conjunto, solos favoráveis ao aproveitamento agrícola, para as medidas de eficiências, normal-truncada e meia-normal, para aquele ano obteve o segundo maior escore. Importante salientar que o fator clima também pode ter influenciado em outras regiões, pois para a região Sul/Sudoeste de Minas que apesar do aspecto físico (solo) ser desfavorável a posição dessa região no *ranking* (para 1996) foi o sexto maior escore (em ambas as distribuições do erro assimétrico). Ou como supracitado pode ocorrer que nessa região encontravam-se propriedades rurais mais modernas e que foram capazes de adquirirem novas tecnologias.

Outra verificação é que entre os anos de 1996 e 2006 as eficiências de todas as mesorregiões diminuíram o que pode estar correlacionado com a crise agropecuária de 2005. Pois um dos fatores dessa foi o aumento dos custos de produção para esse setor que,

consequentemente, minimizou as eficiências regionais em 2006. Também se verifica no período 1996-2006 uma mudança de posições entre as doze mesorregiões de Minas Gerais bastante intensa. Uma das possíveis razões para essa mudança é que com a abertura neoliberal da década de 1990 houve um incremento de bens de capitais para o setor primário da economia o que pode ter contribuído para que mesorregiões antes ineficientes adotassem novas tecnologias aumentando a eficiência dessas ou, ainda, como não possuíam uma produção expressiva, os impactos da crise de 2005 foram menores.

Para 1996, não havia nenhum dos 750 municípios cujos agropecuaristas estavam operando sobre a curva da fronteira de produção, ou seja, que fossem economicamente eficientes (tanto sob o pressuposto de uma distribuição do erro normal-truncada quanto para uma distribuição meia-normal). Considerando a distribuição do erro assimétrico como sendo meia-normal havia 680 municípios (90,7%) com eficiência econômica inferior ou igual a 0,70, por sua vez, para a distribuição normal-truncada havia 665 cidades (88,7%) cujas eficiências dos produtores eram maiores que 0,50 e menores ou iguais a 0,90. Para 2006, assim como para 1996, considerando tanto um erro assimétrico com uma distribuição meia-normal quanto a normal-truncada não houve, dentre os 842 municípios da análise, nenhum município cujos produtores rurais tivessem atingido a eficiência econômica máxima de um. Para a distribuição meia-normal 837 municípios (99,4%) possuíam escore de eficiência econômica inferior ou igual a 0,70. Contudo, sob o pressuposto de um erro assimétrico que apresente uma distribuição normal-truncada, 822 municípios (97,6%) possuíam uma eficiência inferior ou igual a 0,70.

5. Referências bibliográficas

AIGNER, Dennis; LOVELL, C. A. Knox; SCHMIDT, Peter. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. **Journal of Econometrics**. v.6, p. 21-37, julho, 1977.

BATTESE, G. E. Frontier Production Functions and Technical Efficiency: A Survey of Empirical Applications in Agricultural Economics. **Agricultural Economics**. v. 7, p.185-208, 1992.

BRAVO-URETA, B. E.; PINHEIRO, A. E. Efficiency Analysis of Developing Country Agriculture: A Review of the Frontier Function Literature. **Agricultural and Resource Economics Review**. v. 22, p. 88-101, 1993.

CABRAL, R. M. **Custos de transação**. Agronegócio/Antônio André Cunha Callado (organizador). 3ª Ed. São Paulo: Atlas, p. 105-119, 2011.

CENTRO DE ESTATÍSTICAS E INFORMAÇÕES DA FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO. **Anexo Estatístico – PIB regiões MG 1999-2009, 2º semestre**. Belo Horizonte: CEI/FJP, 2009. Disponível em: <<http://www.fjp.gov.br/index.php/analise-economica/pib-produto-interno-bruto-de-minas-gerais>>. Acessado em 15/04/2012.

COELLI, T.; BATTESE, G. Identification of factors which influence the technical inefficiency of Indian farmers. **Australian Journal of Agricultural Economics**. v. 40, n. 2, p. 103-128, agosto, 1996.

COELLI, Timothy J.; PRASADA RAO, D. S.; O'DONNELL, Christopher J.; BATTESE, George E. **An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis**. 2ª Ed. New York: Springer, 2005, 349 p.

CONCEIÇÃO, J. C. P. R. da. **Estimação e análise de fronteiras de produção estocásticas**. Métodos quantitativos em economia. Viçosa, Editora UFV. v. 1, n. 1, p. 523-552, 2004.

FARRELL, M. J. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society**. v. 120, n. 3, pp. 253-290, 1957.

GREENE, W. H. **Econometric Analysis**. New Jersey: Pearson Education, 2008, 1178 p.

_____. On the estimation of a flexible frontier production model. **Journal of Econometrics**. v. 13, n. 1, p. 101-115, maio, 1980.

_____. A gamma-distributed stochastic frontier model. **Journal of Econometrics**. v.46, n. 1-2, p. 141-163, outubro-novembro, 1990.

_____. Maximum likelihood estimation of econometric frontier functions. **Journal of Econometrics**. v. 13, n. 1, p. 27-56, maio, 1980.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Agropecuário 1996**. Rio de Janeiro: IBGE, 1996. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/economia/agropecuaria/censoagro/1995_1996/default.shtm>. Acessado em 19/07/2012.

_____. **Censo Agropecuário 2006**. Rio de Janeiro: IBGE, 2006. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/economia/agropecuaria/censoagro/default.shtm>>. Acessado em 19/07/2012.

_____. **Pesquisa de Produção Agrícola Municipal (PAM/2010)**. Rio de Janeiro: IBGE, 2010. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/economia/pam/2010/default.shtm>>. Acessado em 19/07/2012.

_____. **Pesquisa de Produção Pecuária Municipal (PPM/2010)**. Rio de Janeiro: IBGE, 2010. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/economia/ppm/2010/default.shtm>>. Acessado em 19/07/2012.

_____. **Sistema de Contas Nacionais Trimestrais**. Rio de Janeiro: IBGE, 2010.

_____. **Sistema de Contas Regionais**. Rio de Janeiro: IBGE, 2007. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/economia/contasregionais/2003_2007/default.shtm>. Acessado em 08/10/2012.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. **Índice de Desenvolvimento Humano**. Brasília: IPEA, 1991. Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br/>>. Acessado em 29/10/2012.

KOPP, R. J.; DIEWERT, W. E. The decomposition of frontier cost function deviation into measures of technical and allocative efficiency. **Journal of Econometrics**. v. 19, n. 2-3, p. 319-331, agosto, 1982.

KOPP, Raymond J. The measurement of productive efficiency: a reconsideration. **The Quarterly Journal of Economics**. v. 96, n. 3, pp. 477-503, agosto, 1981.

MEEUSEN, W.; van Den BROECK, J.. Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. **International Economic Review**. v. 18, n. 2, p. 435-444, junho, 1977.

MOREIRA, A. R. B.; FONSECA, T. C. R.. **Comparando medidas de produtividade: DEA, Fronteira de Produção Estocástica**. Rio de Janeiro, 2005. Texto para discussão nº 1069. Disponível em: <http://www.livrosgratis.com.br/arquivos_livros/td001069.pdf>. Acessado em 10/12/2011.

PESSANHA, J. F. M.; SOUZA, M. V. P.. **Modelos de Fronteira Estocástica**. Disponível em: <http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/5566/5566_5.PDF>. Acessado em 02/09/2011.

SOUZA, G. da S.; GOMES, E. G.; GAZZOLA, R.; WANDER, A. E.. **Eficiência técnica na agricultura brasileira: uma abordagem via fronteira estocástica**. Disponível em: <<http://www.alice.cnptia.embrapa.br/handle/doc/866987>>. Acessado em 18/08/2011.

STEVENSON, R. E.. Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation. **Journal of Econometrics**. v. 13, p. 57-66, 1980.

WINKELMANN, Rainer; BOES, Stefan. **Analysis of microdata**. 2ª Ed. New York: Springer, 2009, 357 p.