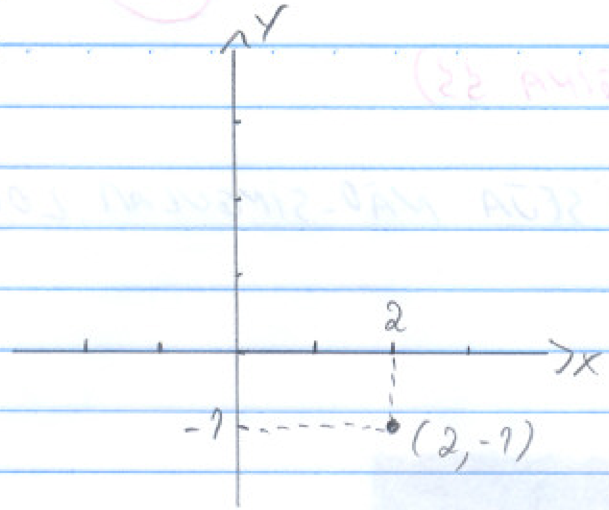
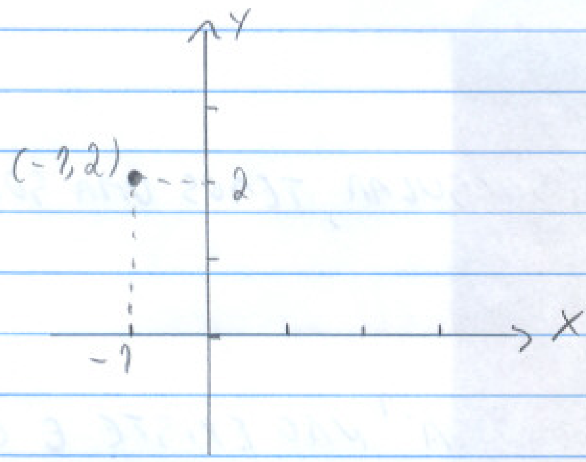
EXERCÍCIOS 3.1 ZYÁLGEBRA LINEAR, BERNARD KOLMAN, EDITORA GUANABARA, 3ª EDIÇÃO

EXERCÍCIO 1 (PÁGINA 95)

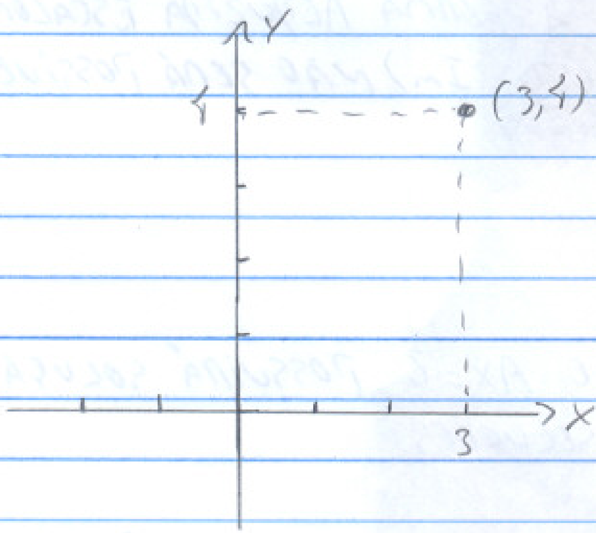
1.A



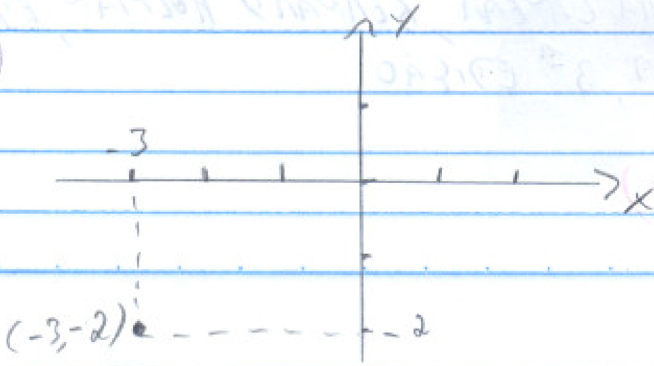
1.B



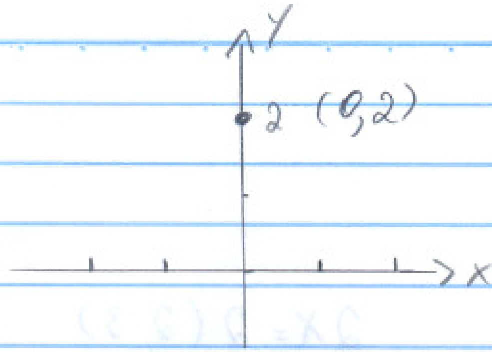
1.C



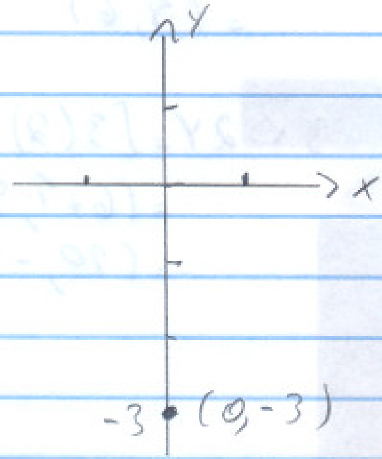
1.D



1.E



1.F



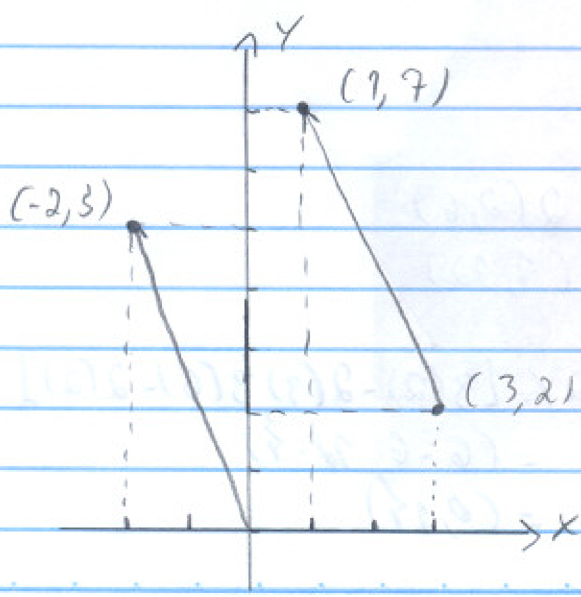
EXERCÍCIO 3 (PÁGINA 95)

$x' - x = -2$ $\qquad$ $y' - y = 5$

$x' - 3 = -2$ $\qquad$ $y' - 2 = 5$ $\qquad$ PONTO INICIAL $= (1,7)$

$x' = -2 + 3$ $\qquad$ $y' = 5 + 2$

$= 1$ $\qquad$ $= 7$



(274)

EXERCÍCIO 5 (PÁGINA 95)

5.A $X=(2,3)$, $Y=(-2,5)$

$X+Y=[2+(-2), 3+5]$
$=(2-2, 8)$
$=(0,8)$

$2X=2(2,3)$
$=(4,6)$

$3X-2Y=[3(2)-2(-2), 3(3)-2(5)]$
$=(6+4, 9-10)$
$=(10,-1)$

$X-Y=[2-(-2), 3-5]$
$=(2+2, -2)$
$=(4,-2)$

5.B $X=(0,3)$, $Y=(3,2)$

$X+Y=(0+3, 3+2)$
$=(3,5)$

$2(X)=2(0,3)$
$=(0,6)$

$X-Y=(0-3, 3-2)$
$=(-3,1)$

$3X-2Y=[3(0)-2(3), 3(3)-2(2)]$
$=(0-6, 9-4)$
$=(-6,5)$

5.C $X=(2,6)$, $Y=(3,2)$

$X+Y=(2+3, 6+2)$
$=(5,8)$

$2X=2(2,6)$
$=(4,12)$

$X-Y=(2-3, 6-2)$
$=(-1,4)$

$3X-2Y=[3(2)-2(3), 3(6)-2(2)]$
$=(6-6, 18-4)$
$=(0,14)$

EXERCÍCIO 7 (PÁGINA 95)

7.A $Z = 2X$ $\quad x = 2$

$= 2(1,2)$

$= (2,4)$

7.B $\frac{3}{2}U = Y$ $\quad U = \frac{2}{3}(-3,4)$ $\quad Y = \frac{8}{3}$

$3U = 2Y$ $\quad = \left(-2, \frac{8}{3}\right)$

$U = \frac{2}{3}Y$

7.C $Z + U = X$

$= (1,2)$

$Z + U = [x + (-2), 4 + Y]$ $\quad x - 2 = 1$ $\quad 4 + Y = 2$

$= (x - 2, 4 + Y)$ $\quad x = 1 + 2$ $\quad Y = 2 - 4$

$= 3$ $\quad = -2$

EXERCÍCIO 9 (PÁGINA 95)

9.A $\|X\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$

$= \sqrt{1^2 + 2^2}$

$= \sqrt{1+4}$

$= \sqrt{5}$

9.B $\|X\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

9.C $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$
$= \sqrt{0^2 + 2^2}$
$= \sqrt{0+4}$
$= \sqrt{4}$
$= 2$

9.D $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$
$= \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$
$= \sqrt{16+9}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$

EXERCÍCIO 11 (PÁGINA 95)

11.A $\|x\| = \sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2}$
$= \sqrt{(3-2)^2 + (4-3)^2}$
$= \sqrt{1^2 + 1^2}$
$= \sqrt{1+1}$
$= \sqrt{2}$

11.B $\|x\| = \sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2}$
$= \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2}$
$= \sqrt{3^2 + 4^2}$
$= \sqrt{9+16}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$

11.C $\|x\| = \sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2}$
$= \sqrt{[0-(-3)]^2 + (1-2)^2}$
$= \sqrt{(0+3)^2 + (-1)^2}$

$\|x\| = \sqrt{3^2 + 1}$
$= \sqrt{9+1}$
$= \sqrt{10}$

11.D $\|X\| = \sqrt{(x^1-x)^2+(y^1-y)^2}$

$= \sqrt{(2-0)^2+(0-3)^2}$

$= \sqrt{2^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$

EXERCÍCIO 13 (PÁGINA 95)

13.A $U = \frac{1}{\|X\|} . X$

$\|X\| = \sqrt{x_1^2+x_2^2}$

$= \sqrt{3^2+4^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

$U = \frac{1}{\|X\|} . X$

$= \frac{1}{5}(3,4)$

$= \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

13.B $U = \frac{1}{\|X\|} . X$

$\|X\| = \sqrt{x_1^2+x_2^2}$

$= \sqrt{(-2)^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$

$U = \frac{1}{\|X\|} . X$

$= \frac{1}{\sqrt{13}}(-2,-3)$

$= \left(\frac{-2}{\sqrt{13}}, \frac{-3}{\sqrt{13}}\right)$

13.C $U = \frac{1}{\|X\|} . X$

$$\|X\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$
$$= \sqrt{5^2 + 0^2}$$
$$= \sqrt{25 + 0}$$
$$= \sqrt{25}$$
$$= 5$$

$$U = \frac{1}{\|X\|} \cdot X$$
$$= \frac{1}{5}(5, 0)$$
$$= (1, 0)$$

EXERCÍCIO 13 (PÁGINA 95)

13.A $X = (1, 2)$, $Y = (2, -3)$

$$X \cdot Y = 1(2) + 2(-3)$$
$$= 2 - 6$$
$$= -4$$

13.B $X = (1, 0)$, $Y = (0, 1)$

$$X \cdot Y = 1(0) + 0(1)$$
$$= 0 + 0$$
$$= 0$$

13.C $X = (-3, -4)$, $Y = (4, -3)$

$$X \cdot Y = -3(4) + (-4)(-3)$$
$$= -12 + 12$$
$$= 0$$

13.D $X = (2, 1)$, $Y = (-2, -1)$

$$X \cdot Y = 2(-2) + 1(-1)$$
$$= -4 - 1$$
$$= -5$$

EXERCÍCIO 17 (PÁGINA 93)

17.A $X=(1,2),\ Y=(2,-3)$

$$\cos\theta = \frac{X\cdot Y}{\|X\|.\|Y\|}$$

$X\cdot Y = -4$

$$\|X\| = \sqrt{x_1^2+x_2^2} = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\|Y\| = \sqrt{x_1^2+x_2^2} = \sqrt{2^2+(-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\cos\theta = \frac{X\cdot Y}{\|X\|.\|Y\|} = \frac{-4}{\sqrt{5}.\sqrt{13}} = \frac{-4}{\sqrt{65}}$$

17.B $X=(1,0),\ Y=(0,1)$

$$\cos\theta = \frac{X\cdot Y}{\|X\|.\|Y\|}$$

$X\cdot Y = 0$

LOGO,

$\cos\theta = 0$

17.C $X=(-3,-4),\ Y=(4,-3)$

$$\cos\theta = \frac{X\cdot Y}{\|X\|\,\|Y\|}$$

$X\cdot Y = 0$

LOGO,

$$\cos\theta = 0$$

17.D $X=(2,1),\ Y=(-2,-1)$

$$\cos\theta = \frac{X\cdot Y}{\|X\|\,\|Y\|}$$

$X\cdot Y = -5$

$$\|X\| = \sqrt{x_1^2+x_2^2} = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$\|Y\| = \sqrt{x_1^2+x_2^2} = \sqrt{(-2)^2+(-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$\cos\theta = \frac{X\cdot Y}{\|X\|\,\|Y\|} = \frac{-5}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = -\frac{5}{\sqrt{25}} = -\frac{5}{5}$$

$\rightarrow \cos\theta = -1$

EXERCÍCIO 19 (PÁGINA 95)

19.A $i \cdot i = j \cdot j = 1$

$i = (1,0)$
$j = (0,1)$

$i \cdot i = 1(1) + 0(0)$
$= 1 + 0$
$= 1$

$j \cdot j = 0(0) + 1(1)$
$= 0 + 1$
$= 1$

19.B $i \cdot j = 0$

$i = (1,0)$
$j = (0,1)$

$i \cdot j = 1(0) + 0(1)$
$= 0 + 0$
$= 0$

EXERCÍCIO 20 (PÁGINA 95)

20.A $X_1 \cdot X_2 = 1(0) + 2(1)$
$= 0 + 2$
$= 2 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_1 \cdot X_3 = 1(-2) + 2(-4)$
$= -2 - 8$
$= -10 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_1 \cdot X_4 = 1(-2) + 2(1)$
$= -2 + 2$
$= 0 \Rightarrow$ SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_1 \cdot X_5 = 1(2) + 2(4)$
$= 2 + 8$
$= 10 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_1 \cdot X_6 = 1(-6) + 2(3)$
$= -6 + 6$
$= 0 \Rightarrow$ SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_2 \cdot X_3 = 0(-2) + 1(-4)$
$= 0 - 4$
$= -4 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_2 \cdot X_4 = 0(-2) + 1(1)$
$= 0 + 1$
$= 1 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_2 \cdot X_5 = 0(2) + 1(4)$
$= 0 + 4$
$= 4 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_2 \cdot X_6 = 0(-6) + 1(3)$
$= 0 + 3$
$= 3 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_3 \cdot X_4 = -2(-2) + (-4)(1)$
$= 4 - 4$
$= 0 \Rightarrow$ SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_3 \cdot X_5 = -2(2) + (-4)(4)$
$= -4 - 16$
$= -20 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_3 \cdot X_6 = -2(-6) + (-4)(3)$
$= 12 - 12$
$= 0 \Rightarrow$ SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_4 \cdot X_5 = -2(2) + 1(4)$
$= -4 + 4$
$= 0 \Rightarrow$ SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_4 \cdot X_6 = -2(-6) + 1(3)$
$= 12 + 3$
$= 15 \Rightarrow$ NÃO SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

$X_5 \cdot X_6 = 2(-6) + 4(3)$
$= -12 + 12$
$= 0 \Rightarrow$ SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES

20.B X_1 E X_3, X_4 E X_6

20.C X_1 E X_3, X_1 E X_4, X_1 E X_6

X_5 E X_3, X_5 E X_4, X_5 E X_6

EXERCÍCIO 21 (PÁGINA 95)

21.A $X = i + 3j$

21.B $X = -2i - 3j$

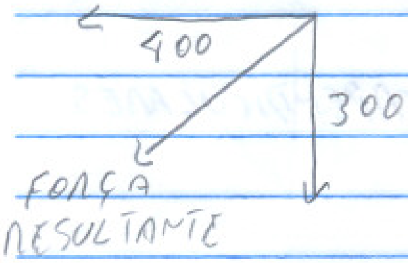
21.C $X = -2i$

21.D $X = 3j$

EXERCÍCIO 22 (PÁGINA 95)

22.A $X = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ 22.B $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ 22.C $X = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$

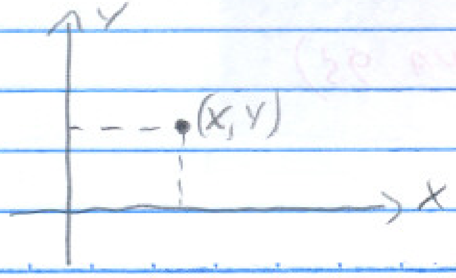
EXERCÍCIO 23 (PÁGINA 95)



$$\|X\| = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$$
$$= \sqrt{300^2 + 400^2}$$
$$= \sqrt{90.000 + 160.000}$$
$$= \sqrt{250.000}$$
$$= 500 \text{ Kgf}$$

EXERCÍCIO T.1 (PÁGINA 96)

SEJA P UM PONTO DO PLANO E Q E Q' SUA PROJEÇÃO SOBRE O EIXO DOS X E SOBRE O EIXO DOS Y, RESPECTIVAMENTE. AQUELA É CHAMADA DE COORDENADA X DE P E ESSA É CHAMADA DE COORDENADA Y DE Y. LOGO,



ASSIM, COM CADA PONTO DO PLANO ASSOCIAMOS UM PAR ORDENADO DE NÚMEROS REAIS (X,Y), SUAS COORDENADAS.

EXERCÍCIO T.2 (PÁGINA 96)

$X=(x_1, x_2)$
$0=(0,0)$

$$X+0=(x_1+0,\ x_2+0)$$
$$=(x_1, x_2)$$
$$=X$$

EXERCÍCIO T.3 (PÁGINA 96)

$X=(x_1, x_2)$
$(-1)X=(-1)(x_1,x_2)$
$=(-x_1, -x_2)$

$$X+(-1)X=[x_1+(-x_1),\ x_2+(-x_2)]$$
$$=(x_1-x_1,\ x_2-x_2)$$
$$=(0,0)$$
$$=0$$

EXERCÍCIO T.4 (PÁGINA 96)

$$cX=c(x_1,x_2)$$
$$=(cx_1, cx_2)$$

$$\|cX\|=\sqrt{(cx_1)^2+(cx_2)^2}$$
$$=\sqrt{c^2x_1^2+c^2x_2^2}$$
$$=\sqrt{c^2(x_1^2+x_2^2)}$$

$$\to \|cX\|=\sqrt{c^2}\sqrt{x_1^2+x_2^2}$$
$$=|c|.\|X\|$$

EXERCÍCIO T.5 (PÁGINA 96)

$X \neq 0$

ENTÃO,

$\|X\| \neq 0$

LOGO,

$\frac{1}{\|X\|} > 0$

CONSIDERANDO,

$\frac{1}{\|X\|} = r$. EM QUE r É UM ESCALAR (UM NÚMERO REAL)

TEMOS,

U SERÁ UM MULTIPLO DE X

SENDO ASSIM, TERÁ A MESMA DIREÇÃO E SENTIDO DE X.

EXERCÍCIO T.6 (PÁGINA 96)

T.6.A $X = (X_1, X_2)$

$1X = 1(X_1, X_2)$

$1X = [1(x_1), 1(x_2)]$
$= (x_1, x_2)$
$= X$

T.6.B $(r\,s)X = r\,s\,X$
$= r(sX)$

EXERCÍCIO T.7 (PÁGINA 96)

T.7.A $X = (x_1, x_2)$

$X.X = [x_1(x_1) + x_2(x_2)]$
$= x_1^2 + x_2^2$
$= (\sqrt{x_1^2 + x_2^2})^2$
$= \|X\|^2$

T.7.B $X = (x_1, x_2)$
$Y = (x_1', x_2')$

$X.Y = [x_1(x_1') + x_2(x_2')]$
$= x_1(x_1') + x_2(x_2')$

COMO,

$x_1(x_1') + x_2(x_2') = x_1'(x_1) + x_2'(x_2)$

TEMOS,

$X.Y = Y.X$

T.7.C $X = (x_1, x_2)$

$Y = (y_1, y_2)$

$Z = (z_1, z_2)$

$(X+Y).Z = (x_1+y_1, x_2+y_2).(z_1, z_2)$

$= [(x_1+y_1)(z_1) + (x_2+y_2)(z_2)]$

$= x_1 z_1 + y_1 z_1 + x_2 z_2 + y_2 z_2$

$= x_1 z_1 + x_2 z_2 + y_1 z_1 + y_2 z_2$

$= X.Z + Y.Z$

T.7.D $X = (x_1, x_2)$

$Y = (y_1, y_2)$

c = ESCALAR

1.º CASO:

$(cX).Y = [c(x_1, x_2)].(y_1, y_2)$

$= [(cx_1, cx_2)].(y_1, y_2)$

$= (cx_1 y_1 + cx_2 y_2)$

$= [c(x_1 y_1 + x_2 y_2)]$

$= c(X.Y)$

2.º CASO:

$(cX).Y = [c(x_1, x_2)].(y_1, y_2)$

$= (x_1, x_2).[c(y_1, y_2)]$

$= X.(cY)$

EXERCÍCIO T.8 (PÁGINA 96)

$X = (X_1, X_2)$
$Y = (Y_1, Y_2)$
$Z = (Z_1, Z_2)$
r = ESCALAR
s = ESCALAR

SUPONHA QUE X E Z SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES. LOGO,

$$X.Z = 0$$

OU SEJA,

$$(X_1.Z_1 + X_2.Z_2) = 0$$

AINDA, SUPONHA QUE Y E Z SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES. LOGO,

$$Y.Z = 0$$

OU SEJA,

$$(Y_1.Z_1 + Y_2.Z_2) = 0$$

COMO,

$$rX = r(X_1, X_2) = (rX_1, rX_2) \qquad sY = s(Y_1, Y_2) = (sY_1, sY_2)$$

SENDO ASSIM,

230

$rX + sY = (rx_1 + sy_1, rx_2 + sy_2)$

ENTÃO,

$$(rX+sY).Z = (rx_1 + sy_1, rx_2 + sy_2).(z_1, z_2)$$
$$= [z_1(rx_1 + sy_1) + z_2(rx_2 + sy_2)]$$
$$= rx_1z_1 + sy_1z_1 + rx_2z_2 + sy_2z_2$$
$$= rx_1z_1 + rx_2z_2 + sy_1z_1 + sy_2z_2$$
$$= r(x_1z_1 + x_2z_2) + s(y_1z_1 + y_2z_2)$$
$$= r(X.Z) + s(Y.Z)$$
$$= r(0) + s(0)$$
$$= 0 + 0$$
$$= 0$$

LOGO,

$(rX+sY).Z$ SÃO ORTOGONAIS/PERPENDICULARES