

EXERCÍCIO 9 (PÁGINA 139)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 11 & 7 & | & 0 \\ 2 & 2 & 10 & 6 & | & 0 \\ 2 & 1 & 7 & 4 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-2)} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 11 & 7 & | & 0 \\ 0 & -4 & -12 & -8 & | & 0 \\ 0 & -5 & -15 & -10 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-\frac{1}{4})} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 11 & 7 & | & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & | & 0 \\ 0 & -5 & -15 & -10 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-3)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

LOGO,

ESTE SISTEMA LINEAR POSSUI INFINITAS SOLUÇÕES.

SENDO ASSIM,

ESTE CONJUNTO DE VETORES É L.D. (LINEARMENTE DEPENDENTE)

E QUE,

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0$$

O QUE ACABETA,

$$x_3 = x_1 + x_2 + x_4$$

VAMOS VERIFICAR SE $S = \{x_1, x_2, x_4\}$ É LINEARMENTE DEPENDENTE OU LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 0 \\ 2 & 2 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-2)} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & 0 \\ 0 & -5 & -10 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-\frac{1}{4})} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -5 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -5 & -10 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-3)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

LOGO,

ESTE SISTEMA LINEAR POSSUI INFINITAS SOLUÇÕES.

SENDO ASSIM,

ESTE CONJUNTO DE VETORES É L.D. (LINEARMENTE DEPENDENTE)

E QUE,

$$x_1 + 2x_2 - x_4 = 0$$

O QUE ACABARIA,

$$x_4 = x_1 + 2x_2$$

LOGO,

TODO VETOR DE W PODE SER ESCRITO COMO UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE x_1 E x_2 , DE MANEIRA QUE W É GERADO POR x_1 E x_2 .

ENTÃO,

A BASE É $\{x_1, x_2\}$ E A $\dim W = 2$.

EXERCÍCIO 11 (PÁGINA 139)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & | & 0 \\ -2 & 0 & -2 & -4 & | & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(2) \leftarrow x(2) - x(1), x(4) \leftarrow x(4) - x(1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-1) \sim x(2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(4) \leftarrow x(4) - x(2)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

LOGO,

ESTE SISTEMA LINEAR POSSUI INFINITAS SOLUÇÕES.

SENDO ASSIM,

ESTE CONJUNTO DE VETORES/POLINÔMIOS É L.D. (LINEARMENTE DEPENDENTE).

E QUE,

$$x_1 - x_2 - x_3 + 0x_4 = 0$$

O QUE ACABARIA,

$$x_3 = x_1 - x_2$$

(4)

VAMOS VERIFICAR SE $S = \{x_1, x_2, x_3\}$ É LINEARMENTE DEPENDENTE OU LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 1 & 1 & 3 & | & 0 \\ -2 & 0 & -4 & | & 0 \\ 1 & 1 & 3 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(2) \times (-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(1) \times (-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

LOGO,

ESTE SISTEMA LINEAR POSSUI INFINITAS SOLUÇÕES.

SEMO ASSIM,

ESTE CONJUNTO DE VETORES É L.D (LINEARMENTE DEPENDENTE)

E QUE,

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

O QUE ACANNEIA,

$$x_3 = 2x_1 + x_2$$

LOGO,

TODO VETOR DE W PODE SER ESCRITO COMO UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE X_1 E X_2 DE MANEIRA QUE W É GERADO POR X_1 E X_2

ENTÃO,

A BASE É $\{X_1, X_2\}$ E A $\dim W = 2$

EXERCÍCIO 19 (PÁGINA 139)

$$X_1 = (1, 0, 1, 0)$$

$$X_2 = (0, 1, -1, 0)$$

$$S = \{X_1, X_2, E_1, E_2, E_3, E_4\}$$

EM QUE,

$$E_1 = (1, 0, 0, 0)$$

$$E_2 = (0, 1, 0, 0)$$

$$E_3 = (0, 0, 1, 0)$$

$$E_4 = (0, 0, 0, 1)$$

$$\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 = E_1$$

$$\lambda_1 (1, 0, 1, 0) + \lambda_2 (0, 1, -1, 0) = (1, 0, 0, 0)$$

$$(\lambda_1 + 0\lambda_2; 0\lambda_1 + \lambda_2; \lambda_1 - \lambda_2; 0\lambda_1 + 0\lambda_2) = (1, 0, 0, 0)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1 & \lambda_1 - \lambda_2 \neq 0 \\ \lambda_2 = 0 \\ \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

(6)

LOGO,

 E_1 NÃO É UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE X_1 E X_2

$$\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \lambda_3 E_1 = E_2$$

$$\lambda_1 (1, 0, 1, 0) + \lambda_2 (0, 1, -1, 0) + \lambda_3 (1, 0, 0, 0) = (0, 1, 0, 0)$$

$$(\lambda_1 + 0\lambda_2 + \lambda_3; 0\lambda_1 + \lambda_2 + 0\lambda_3; \lambda_1 - \lambda_2 + 0\lambda_3; 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + 0\lambda_3) = (0, 1, 0, 0)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 = 1 \\ \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 0$$

$$\lambda_1 + \lambda_3 = 0$$

$$\lambda_1 - 1 = 0$$

$$1 + \lambda_3 = 0$$

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_3 = -1$$

LOGO,

 E_2 É UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE X_1, X_2 E E_1

$$\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \lambda_3 E_1 = E_3$$

$$(\lambda_1 + 0\lambda_2 + \lambda_3; 0\lambda_1 + \lambda_2 + 0\lambda_3; \lambda_1 - \lambda_2 + 0\lambda_3; 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + 0\lambda_3) = (0, 0, 1, 0)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \\ \lambda_1 - \lambda_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 - \lambda_2 &= 1 & \lambda_1 + \lambda_3 &= 0 \\ \lambda_1 - 0 &= 1 & 1 + \lambda_3 &= 0 \\ \lambda_1 &= 1 & \lambda_3 &= -1 \end{aligned}$$

LOGO,

E_3 É UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE X_1, X_2 E E_1

$$\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \lambda_3 X_3 = E_4$$

$$(\lambda_1 + 0\lambda_2 + \lambda_3, 0\lambda_1 + \lambda_2 + 0\lambda_3, \lambda_1 - \lambda_2 + 0\lambda_3, 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + 0\lambda_3) = (0, 0, 0, 1)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \\ \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \\ 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + 0\lambda_3 = 1 \end{cases}$$

LOGO,

ESTE SISTEMA LINEAR NÃO POSSUI SOLUÇÃO E, POR ISSO, E_4 NÃO É UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE X_1, X_2 E E_1

SENDO ASSIM,

A BASE É $S = \{X_1, X_2, E_1, E_4\}$

EXERCÍCIO 27 (PÁGINA 139)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{array}{l} \times(-2) \times(-3) \\ \leftarrow I + \\ \leftarrow \end{array}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{array}{l} \times(-1) \sim \\ \leftarrow I + \end{array}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-\frac{1}{3})} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{matrix}} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(1)x(-2)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dim = 0$$

EXERCÍCIO 22 (PÁGINA 139)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-2)x(-1)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{matrix}} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & -4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & -3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(\frac{1}{2})} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{matrix}} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-\frac{1}{4})} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{matrix}} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(9)

/ /

$$X = \begin{bmatrix} -a - t \\ a + \frac{1}{2}t \\ a \\ t \end{bmatrix}$$

$$X = a \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

FAZENDO $a = 1$ E $t = 0$ TEMOS,

$$X_1 = (-1, 1, 1, 0)$$

AGORA, FAZENDO $a = 0$ E $t = 1$ TEMOS,

$$X_2 = (-1, \frac{1}{2}, 0, 1)$$

LOGO,

$S = \{X_1, X_2\}$ GERA O ESPAÇO SOLUÇÃO W.

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(-1) \times (1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(1) \times (2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{x(1) \times (-\frac{1}{2})} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

como,

$$L_1 = L_2 = 0$$

ENTÃO,

ESTE CONJUNTO DE VETORES É L.I. (LINEARMENTE INDEPENDENTE)

Como,

ESTE CONJUNTO DE VETORES GERA O ESPAÇO SOLUÇÃO E SÃO L.I. (LINEARMENTE INDEPENDENTE). ENTÃO, ESSE CONJUNTO DE VETORES É BASE DE W E POSSUI $\dim W = 2$.