

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

7

QUESTÃO 07: (PROVA 2013)

7.1) FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE CADA FÁBRICA:

$$Y_i = F(K_i, AL_i)$$

$$\text{como } \dot{A}_i = \dot{A} = \dot{K}$$

portanto,

$$A = K \therefore Y_i = F(K_i, K L_i)$$

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DA ECONOMIA DESCENTRALIZADA

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right] dt$$

$$S. A \quad \dot{a} = w + \pi a - c$$

$$a(0) = a_0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-\rho t} \left[\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right] + V(w + \pi a - c)$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore \frac{e^{-\rho t} (1-\theta) c^{-\theta}}{1-\theta} - V = 0$$

$$V = e^{-\rho t} c^{-\theta}$$

(1)

$$\frac{\partial H}{\partial \dot{V}} = -\dot{V} \therefore V\pi = -\dot{V} \therefore \dot{V} = -V\pi$$

(2) P.A

2a

$$\frac{\partial H}{\partial V} = \dot{\alpha} \therefore \dot{\alpha} = w + r\alpha - r$$

(3)

2v

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\pi(t) \alpha(t)] = 0$$

(4)

* DERIVANDO (1) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{V} = e^{-\rho t} (-\theta) \kappa^{-\theta-1} \dot{\kappa} + (-\rho) e^{-\rho t} \kappa^{-\theta}$$

$$= e^{-\rho t} \kappa^{-\theta} (-\theta \kappa^{-1} \dot{\kappa} - \rho)$$

(5)

* SUBSTITUINDO (1) E (2) EM (5)

$$- \pi e^{-\rho t} \kappa^{-\theta} = e^{-\rho t} \kappa^{-\theta} (-\theta \kappa^{-1} \dot{\kappa} - \rho)$$

$$-\pi = -\theta \kappa^{-1} \dot{\kappa} - \rho$$

$$\theta \kappa^{-1} \dot{\kappa} = \pi - \rho$$

$$\boxed{\frac{\dot{\kappa}}{\kappa} = \frac{1}{\theta} (\pi - \rho)}$$

(6)

* MAXIMIZANDO O LUCRO

$$\pi_i = F(K_i, L_i) - (\pi + \delta) K_i - w L_i$$

$$= L_i \left[F\left(\frac{K_i}{L_i}, \frac{L_i}{L_i}\right) - (\pi + \delta) \frac{K_i}{L_i} - \frac{w L_i}{L_i} \right]$$

$$= L_i [F(k_i, 1) - (\pi + \delta) k_i - w]$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

2

$$\text{EM QUE } R_i = \frac{K_i}{L_i}$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial R_i} = 0$$

$$L_i F'(R_i, K) - (r + \delta) L_i = 0$$

$$L_i F'(R_i, K) = (r + \delta) L_i$$

$$r = F'(R_i, K) - \delta$$

(7)

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial L_i} = 0$$

$$F(R_i, K) - (r + \delta) R_i - w = 0$$

$$w = F(R_i, K) - (r + \delta) R_i$$

COMO (7) $r + \delta = F'(R_i, K)$ TEM-SE

$$w = F(R_i, K) - F'(R_i, K) R_i$$

(8)

* SABE-SE QUE NO EQUILÍBRIO $R_i = R$ E $K = R L$. LOGO,

$$\begin{aligned} P M_e &= \frac{F(R, K)}{R} \\ &= F\left(1, \frac{K}{R}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P M_e &= F(1, L) \\ &= f(L) \end{aligned}$$

(9)

portanto, o produto total é dado por

(2.A)

$$F(R, K) = R \cdot f(L)$$

e o produto marginal será dado por

$$PMg = \frac{\partial F(R, K)}{\partial R}$$

$$= R \cdot f'(L) \frac{\partial L}{\partial R} + f(L)$$

$$= R \cdot f'(L) \left(-\frac{K}{R^2} \right) + f(L)$$

$$= f(L) - L f'(L)$$

(10)

* substituindo (10) em (7)

$$\pi = f(L) - L f'(L) - \delta$$

(11)

* substituindo (11) em (6)

$$\frac{\dot{L}}{L} = \frac{1}{\theta} [f(L) - L f'(L) - \delta - \rho]$$

(12)

e como $a = R$ tem-se

$$\dot{a} = w + \pi a - c$$

$$\dot{R} = w + \pi R - c$$

(13)

* substituindo (7) e (8) em (13)

$$\dot{R} = F(R, K) - \cancel{F'(R, K)R} + \cancel{F'(R, K)R} - \delta R - c$$

$$= F(R, K) - \delta R - c$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(3)

$$\dot{h} = h f(L) - \delta h - c$$

(14)

* DIVIDINDO (14) POR h

$$\gamma_h \equiv \frac{\dot{h}}{h} = f(L) - \delta - \frac{c}{h}$$

$$\frac{c}{h} = f(L) - \delta - \gamma_h$$

NO SS, A TAXA DE CRESCIMENTO DO CAPITAL PER CAPITA É CONSTANTE. LOGO, $\frac{c}{h}$ É CONSTANTE E h E γ CRESCEM NA

MESMA TAXA QUE c .

$$\boxed{\gamma_c^* = \gamma_h^* = \gamma_\gamma^* = \frac{1}{\theta} [f(L) - L f'(L) - \delta - c]}$$

1.ii) * PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO PLANEJADOR

$$\max U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$S. A \quad \dot{h} = h f(L) - \delta h - c$$

$$h(0) = h_0$$

* LANTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-\rho t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + v [h f(L) - \delta h - c]$$

3.9
(1)

* CONFIGURAÇÕES DE PLANEJAMENTO ORÇEN

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore e^{-\rho t} c^{-\theta} - v = 0 \therefore v = e^{-\rho t} c^{-\theta}$$

$$\frac{\partial H}{\partial h} = -\dot{v} \therefore v \left[h p'(L) \left(-\frac{L}{h^2} \right) + p(L) - \delta \right] = -\dot{v}$$

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -v [p(L) - L p'(L) - \delta] \\ &= -v [p(L) - \delta] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = \dot{h} \therefore \dot{h} = h p(L) - \delta h - c \quad (3)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [v(t) h(t)] = 0 \quad (4)$$

* DERIVANDO (1) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{v} = e^{-\rho t} c^{-\theta} (-\theta c^{-\theta-1} \dot{c} - \rho) \quad (5)$$

* SUBSTITUINDO (1) E (2) EM (3)

$$\begin{aligned} -e^{-\rho t} c^{-\theta} [p(L) - \delta] &= e^{-\rho t} c^{-\theta} (-\theta c^{-\theta-1} \dot{c} - \rho) \\ -p(L) + \delta &= -\theta c^{-\theta-1} \dot{c} - \rho \end{aligned}$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [p(L) - \delta - \rho]$$

O PLANEJAMENTO AJUSTA A TAXA DE CRESCIMENTO DO CONSUMO POR MEIO DO P_{ME}, JÁ NA ECONOMIA DESCENTRALIZADA O AJUSTE SE DÁ ATRAVÉS DO P_{MD}. COMO P_{ME} > P_{MD}, ENTÃO:

$$\frac{\dot{c}}{c} (\text{DESCENTRALIZADA}) < \frac{\dot{c}}{c} (\text{PLANEJADA})$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(4)

QUESTÃO 04 (PROVA 2013)

(4.1) * SETOR DE BENS FINAIS

$$\dot{K} = A K_Y^\alpha H_Y^{1-\alpha} - \delta_K K - C$$

(1)

* SETOR DE CAPITAL HUMANO

$$\dot{H} = B K_H^m H_H^{1-m} - \delta_H H$$

(2)

COMO $H = H_H + H_Y$ E SUPONDO $\mu = \frac{H_Y}{H}$. ENTÃO,

$$H_H = (1 - \mu)H$$

SUPONDO $\alpha > m = 0$. E (1) E (2) TORNAM-SE

$$\dot{K} = A K_Y^\alpha (\mu H)^{1-\alpha} - \delta_K K - C$$

(3)

$$\dot{H} = B (1 - \mu)H - \delta_H H$$

(4)

* COMO $h = \frac{K}{L}$. ENTÃO,

$$\dot{h} = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2}$$

$$= \frac{\dot{K}}{L} - n h$$

$$= A h^\alpha (\mu h)^{1-\alpha} - \delta_K h - c - n h$$

$$= A h^\alpha (\mu h)^{1-\alpha} - (n + \delta_K) h - c$$

(5)

* como $Q = \frac{H}{L} \cdot \text{LOGO}$,

4.9

$$\dot{Q} = \frac{\dot{H}L - H\dot{L}}{L^2}$$

$$= \frac{\dot{H}}{L} - mH$$

$$= B(1-\mu)H - \delta_H H - mH$$

$$= B(1-\mu)H - (m + \delta_H)H$$

(6)

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

$$\max U = \int_0^\infty e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$S. A \quad \dot{Q} = A Q^\alpha (\mu H)^{1-\alpha} - (m + \delta_K)Q - c$$

$$\dot{H} = B(1-\mu)H - (m + \delta_H)H$$

$$Q(0) = Q_0 > 0$$

$$H(0) = H_0 > 0$$

(4.ii) * MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + V [A Q^\alpha (\mu H)^{1-\alpha} - (m + \delta_K)Q - c] +$$

$$+ \lambda [B(1-\mu)H - (m + \delta_H)H]$$

* CPO (CONSIDERANDO $\delta_K = \delta_H = \delta$)

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Rightarrow e^{-(\rho-m)t} c^{-\theta} = V$$

(7)

∂c

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(5)

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = 0 \therefore V[(1-\alpha)A k^{\alpha} (\mu A)^{1-\alpha}] - \lambda B A = 0$$

$$\lambda B A = V[(1-\alpha)A k^{\alpha} A^{1-\alpha} \mu^{-\alpha}] \quad (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = -\dot{V} \therefore V[\alpha A k^{\alpha-1} (\mu A)^{1-\alpha} - n - \delta] = -\dot{V}$$

$$\dot{V} = -V[\alpha A k^{\alpha-1} (\mu A)^{1-\alpha} - n - \delta] \quad (9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = -\dot{\lambda} \therefore V[(1-\alpha)A k^{\alpha} (\mu A)^{1-\alpha} \mu] + \lambda [B(1-\mu) - n - \delta] = -\dot{\lambda}$$

$$\dot{\lambda} = -V[(1-\alpha)A k^{\alpha} A^{1-\alpha} \mu^{1-\alpha}] - \lambda [B(1-\mu) - n - \delta] \quad (10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = \dot{k} \therefore \dot{k} = A k^{\alpha} (\mu A)^{1-\alpha} - (n+\delta)k - c \quad (11)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{k} \therefore \dot{k} = B(1-\mu)A - (n+\delta)A \quad (12)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [k(t) \dot{k}(t)] = 0 \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\lambda(t) \dot{k}(t)] = 0 \quad (14)$$

(H.iii) * derivando (7) em relação a x

$$\dot{V} = e^{-(\rho+m)t} [-\theta(-\theta x^{-\eta} \dot{x} - (\rho+m))] \quad (15)$$

* substituindo (7) em (15)

$$\dot{V} = V(-\theta x^{-\eta} \dot{x} - (\rho+m))$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{1}{\theta} \left(-\frac{\dot{V}}{V} - \rho + n \right)$$

(16)

B.A

* SUBSTITUINDO (9) EM (16)

$$\gamma_K \equiv \frac{\dot{K}}{K} = \frac{1}{\theta} [g A h^{q-1} (u h)^{1-q} - \delta - \rho]$$

* NO SS $u = u^*$

$$\frac{\theta \gamma_K + \delta + \rho}{g A u^{*1-q}} = h^{q-1} h^{1-q}$$

LOG-LINEARIZANDO E DERIVANDO O RESULTADO EM RELAÇÃO

À θ

$$0 = (q-1) \frac{\dot{h}}{h} + (1-q) \frac{\dot{h}}{h}$$

$$\frac{\dot{h}}{h} = \frac{\dot{h}}{h}$$

$$\gamma_h = \gamma_h$$

* DIVIDINDO (5) POR h

$$\gamma_h \equiv \frac{\dot{h}}{h} = A h^{q-1} (u h)^{1-q} - (n + \delta) - \frac{\epsilon}{h}$$

$$\frac{\epsilon}{h} = A h^{q-1} (u h)^{1-q} - (n + \delta) - \gamma_h$$

NO SS, $\frac{\epsilon}{h}$ DEVE SER CONSTANTE E COMO $\gamma_h = \gamma_h$ TEM-SE

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

6

$$\gamma_K = \gamma_B = \gamma_A$$

* FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE BENS FINAIS

$$y = B^q (\mu A)^{1-q}$$

LOG-LINEARIZANDO E DERIVANDO O RESULTADO EM RELAÇÃO A'

$$\frac{\dot{y}}{y} = q \frac{\dot{B}}{B} + (1-q) \frac{\dot{\mu}}{\mu} + (1-q) \frac{\dot{A}}{A}$$

COMO μ É CONSTANTE E B E A CRESCEM NA MESMA TAXA. ENTÃO,

$$\boxed{\gamma_K^* = \gamma_B^* = \gamma_A^* = \gamma_y^*}$$

4.11) * MULTIPLICANDO (8) POR μ

$$\lambda B \mu = V (1-q) A B^q A^{-q} \mu^{1-q} \quad (17)$$

LOG-LINEARIZANDO E DERIVANDO O RESULTADO EM RELAÇÃO A'

$$\frac{d \ln \lambda}{dt} + \frac{d \ln B}{dt} + \frac{d \ln \mu}{dt} = \frac{d \ln V}{dt} + \frac{d \ln A}{dt} + q \frac{d \ln B}{dt} - q \frac{d \ln A}{dt} + (1-q) \frac{d \ln \mu}{dt}$$

$$\boxed{\gamma_V^* = \gamma_\lambda^*}$$

(18)

* SUBSTITUINDO (17) EM (10)

$$\dot{\lambda} = -\cancel{\lambda B \mu} - \lambda B + \cancel{\lambda B \mu} + \lambda(m + \delta)$$

(6.9)

$$= -\lambda(B - m - \delta)$$

$$-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = B - m - \delta$$

(19)

COMO $\delta_r = \delta_\lambda$, ENTÃO SUBSTITUINDO (19) EM (16)

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (B - \delta - \rho)$$

LOGO,

$$\boxed{\gamma_c^* = \gamma_h^* = \gamma_\lambda^* = \gamma_g^* = \frac{1}{\theta} (B - \delta - \rho)}$$

(20)

COMO OBSERVADO EM (20) A TAXA DE CRESCIMENTO DAS VARIÁVEIS PER CAPITA É AFETADA PELO PARÂMETRO B , ASSOCIADO À TECNOLOGIA DO CAPITAL HUMANO.

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(7)

QUESTÃO 07:

(1.1) * PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$\begin{aligned} \text{s. } \dot{a} &= w + (1-\tau)ma - c - ma \\ &= w + [(1-\tau)m - m]a - c \end{aligned}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t) e^{-\int_0^t r(m) - m dt} \geq 0$$

$$a(0) = a_0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA (CONSIDERANDO $w=0$)

$$H = e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + V \{ [(1-\tau)m - m]a - c \}$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore V = e^{-(\rho-m)t} c^{-\theta} \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} = -\dot{V} \therefore \dot{V} = -V [(1-\tau)m - m] \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial V} = \dot{a} \therefore \dot{a} = [(1-\tau)m - m]a - c \quad (3)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [r(t)a(t)] = 0 \quad (4)$$

* DERIVANDO (1) EM RELAÇÃO A θ

$$\dot{V} = e^{-(p-m)t} \left(-\theta x^{-\gamma} \dot{x} - (p+m) \right)$$

(5)

* SUBSTITUINDO (1) E (2) EM (5)

$$- e^{-(p-m)t} \left[(1-\tau)(m-n) \right] = e^{-(p-m)t} \left(-\theta x^{-\gamma} \dot{x} - (p+m) \right)$$

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{1}{\theta} \left[(1-\tau)(m-n) - p + m \right]$$

$$= \frac{1}{\theta} \left[(1-\tau)(m-p) \right]$$

(6)

* FILMAS

$$\pi = AK - PK$$

(7)

COMO $P = M + \delta$, ENTÃO,

$$\pi = AK - (M + \delta)K$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0$$

$$A - M - \delta = 0$$

$$M = A - \delta$$

(8)

* SUBSTITUINDO (8) EM (6)

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{1}{\theta} \left[(1-\tau)(A-\delta) - p \right]$$

(9)

* COMO $a = A$, ENTÃO

$$\dot{x} = \left[(1-\tau)(m-n) \right] a - c$$

(P)

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

$$\dot{h} = [(1-\tau)n - m]h - c \quad (10)$$

* Dividindo (10) por h

$$\delta_h = \frac{\dot{h}}{h} = (1-\tau)n - m - \frac{c}{h}$$

$$\frac{c}{h} = (1-\tau)n - m - \delta_h$$

no SS, a taxa de crescimento do capital per capita é constante, logo, $\frac{c}{h}$ é constante e h é $\propto$ crescimento na mesma taxa que c

$$\delta_c = \delta_h = \delta_y = \frac{1}{\theta} [(1-\tau)(A-\delta) - \rho]$$

(11)

* TAXA DE POUPANÇA

$$s = \frac{I}{Y}$$

$$= \frac{\dot{K} + \delta K}{Y}$$

(12)

como $K = hL$. Então,

$$\dot{K} = \dot{h}L + h\dot{L}$$

portanto,

$$S = \frac{\ddot{L} + \dot{L} + \delta K}{Y}$$

(13)

Q.A

* Dividindo o numerador e o denominador de (13) por L

$$S = \frac{\ddot{L} + m \dot{L} + \delta K}{Y}$$

como $Y = A L$, logo,

$$S = \frac{1}{A} \left(\frac{\ddot{L}}{\dot{L}} + m + \delta \right)$$

* De (11) tem-se que

$$S = \frac{(1-\tau)(A-\delta) - \rho + \theta m + \theta \delta}{A \theta}$$

(14)

A taxa de crescimento das variáveis é afetada pelos parâmetros associados ao desejo de poupar e a produtividade do capital, no modelo AK.

sendo assim, a taxação diminui o estímulo a poupar, implicando uma baixa taxa de poupança e uma menor taxa de crescimento per capita.

9.ii * modelo de Ramsey

* antes da taxação

$$\frac{\dot{\hat{L}}}{\hat{L}} = \frac{1}{\theta} [1(\hat{L}) - \delta - \rho - \theta x]$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(9)

$$\dot{\hat{h}} = f(\hat{h}) - c - (x + m + \delta)\hat{h} - g$$

NO LOCUS $\dot{c} = 0 \Rightarrow f'(\hat{h}) = \delta + \rho + \theta x$

NO LOCUS $\dot{\hat{h}} = 0 \Rightarrow c = f(\hat{h}) - (x + m + \delta)\hat{h} - g$

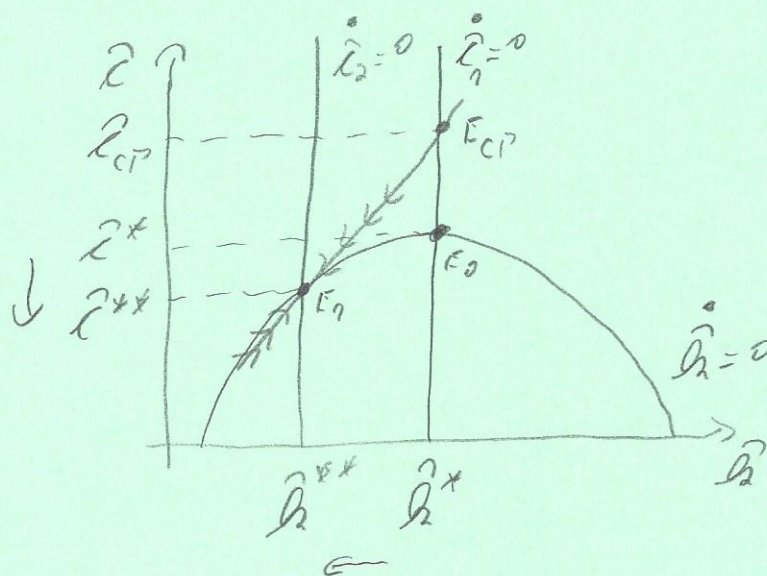
* APÓS A TAXAÇÃO

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} \left\{ (1-\tau) [f'(\hat{h}) - \delta] - \rho - \theta x \right\}$$

$$\dot{\hat{h}} = f(\hat{h}) - c - (x + m + \delta)\hat{h} - g$$

NO LOCUS $\dot{c} = 0 \Rightarrow f'(\hat{h}) = \delta + \frac{\rho + \theta x}{1-\tau}$

NO LOCUS $\dot{\hat{h}} = 0 \Rightarrow c = f(\hat{h}) - (x + m + \delta)\hat{h} - g$



NO LONGO PRAZO, A TAXAÇÃO DESLOCA O LOCUS $\dot{c}$ PARA A ESQUERDA ENQUANTO O LOCUS $\dot{h}$ NÃO SE ALTERA E, SENDO ASSIM, c^* E $\hat{h}^*$ DIMINUEM.

DIFERENTEMENTE DO MODELO AK A TAXA DE CRESCIMENTO DAS VARIÁVEIS NÃO É AFETA PELA TAXAÇÃO. POIS AS VARIÁVEIS

PER CAPITA CRESCITA A TAVOLA DO PROGRESSO TECNOLÓ- (9.9)
GICO.

QUESTÃO 02:

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DESCENTRALIZADA

$$\max V = \int_0^{\infty} e^{-(p-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

S. A $\dot{a} = w + \pi a - c - m a$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t) e^{-\int_0^t (\pi(m) - m) da} = 0$$

$$t \rightarrow \infty$$

$$a(0) = a_0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-(p-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + V (w + \pi a - c - m a)$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore V = e^{-(p-m)t} c^{-\theta} \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} = -\dot{V} \therefore \dot{V} = -V(\pi - m) \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial V} = \dot{a} \therefore \dot{a} = w + \pi a - c - m a \quad (3)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [V(t) a(t)] = 0 \quad (4)$$

* DERIVANDO (1) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{V} = e^{-(p-m)t} \kappa^{-\theta} (-\theta \kappa^{-\theta} \dot{\kappa} - (p+m))$$

(5) 10.9

* SUBSTITUINDO (1) E (2) EM (5)

$$-e^{-(p-m)t} \kappa^{-\theta} (n-m) = e^{-(p-m)t} \kappa^{-\theta} (-\theta \kappa^{-\theta} \dot{\kappa} - (p+m))$$

$$\frac{\dot{\kappa}}{\kappa} = \frac{1}{\theta} (n-p)$$

(6)

* FIRMAS

$$\pi = AK - rK$$

(7)

COMO $r = n + \delta$ TEM-SE

$$\pi = AK - (n + \delta)K$$

PORTANTO,

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0$$

$$A - \delta$$

$$n = A - \delta$$

(8)

* SUBSTITUINDO (8) EM (6)

$$\frac{\dot{\kappa}}{\kappa} = \frac{1}{\theta} (A - \delta - p)$$

(9)

* COMO $a = h$ E CONSIDERANDO $w = 0$

$$\dot{a} = w + na - r - ma$$

$$\dot{h} = (n-m)h - r$$

(10)

* DIVIDINDO (10) POR h

LISTA DE EXERCÍCIOS II MACROECONOMIA I

(11)

$$\dot{y}_k = \frac{\dot{y}_k}{y_k} = n - m - \frac{c}{y_k}$$

$$\frac{c}{y_k} = n - m - \dot{y}_k$$

NO SS, A TAXA DE CRESCIMENTO DO CAPITAL PER CAPITA É CONSTANTE, LOGO, $\frac{c}{y_k}$ É CONSTANTE E y_k E y CRESCEM

A MESMA TAXA QUE c

$$\dot{y}_k^* = \dot{y}_k^* = \dot{y}^* = \frac{1}{\theta} (A - \delta - \rho)$$



(11)

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO PLANEJADOR

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$s. \quad A \quad \dot{y}_k = (A - \delta - m) y_k - c$$

$$y_k(0) = y_0$$

$$c(t) \geq 0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + V [(A - \delta - m) y_k - c]$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore v = e^{-(p-m)t} c^{-\theta} \quad (12) \quad (11.A)$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = -\dot{v} \therefore \dot{v} = -v(A-\delta-m) \quad (13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = \dot{k} \therefore \dot{k} = (A-\delta-m)k - c \quad (14)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [v(t)k(t)] = 0 \quad (15)$$

* DERIVANDO (12) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{v} = e^{-(p-m)t} c^{-\theta} (-\theta c^{-\theta-1} \dot{c} - (p+m)) \quad (16)$$

* SUBSTITUINDO (12) E (13) EM (16)

$$-e^{-(p-m)t} c^{-\theta} (A-\delta-m) = e^{-(p-m)t} c^{-\theta} (-\theta c^{-\theta-1} \dot{c} - (p+m))$$

$$\boxed{\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (A-\delta-p)} \quad (17)$$

UMA VEZ QUE A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE UMA ECONOMIA DECENTRALIZADA (EQUAÇÃO (9)) É IDÊNTICA À DE UMA ECONOMIA PLANEJADA (EQUAÇÃO (17)), CONCLUI-SE QUE A ALOCAÇÃO DE UMA ECONOMIA DECENTRALIZADA, COM FUNÇÃO DE PRODUÇÃO AK, É EFICIENTE NO SENTIDO DE PARETO

QUESTÃO 03:

3.i * PROBLEMA DA FÁBRICA

$$\max \pi = K^{1-\alpha} H^{\alpha} - (\pi + \delta_K)K - (\pi + \delta_H)H$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0$$

$$2K$$

$$(1-\alpha) K^{-\alpha} H^{\alpha} - (\pi + \delta_K) = 0$$

$$\pi = (1-\alpha) \left(\frac{H}{K} \right)^{\alpha} - \delta_K$$

(1)

$$\frac{\partial \pi}{\partial H} = 0$$

$$2H$$

$$\alpha K^{1-\alpha} H^{\alpha-1} - (\pi + \delta_H) = 0$$

$$\pi = \alpha \left(\frac{H}{K} \right)^{\alpha-1} - \delta_H$$

(2)

* IGUALANDO (1) E (2) E SUPONDO $\delta_K = \delta_H = \delta$

$$(1-\alpha) \left(\frac{H}{K} \right)^{\alpha} - \delta_K = \alpha \left(\frac{H}{K} \right)^{\alpha-1} - \delta_H$$

$$\boxed{\frac{H}{K} = \frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

3.ii $Y = K^{1-\alpha} H^{\alpha}$
 $= K \left(\frac{H}{K} \right)^{\alpha}$

* COMO $\left(\frac{H}{K}\right)^{\theta}$ É UMA CONSTANTE, ENTÃO PODE-SE DIZER

12.9

QUE:

$$A \equiv \left(\frac{H}{K}\right)^{\theta} \quad (3)$$

PORTANTO,

$$Y = AK \quad (4)$$

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{e^{\gamma-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$s. \quad \dot{a} = w + \pi a - c - m a$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t) e^{-\int_0^t (\pi(m)-m) dt} \geq 0$$

$$a(0) = a_0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-(\rho-m)t} \left(\frac{e^{\gamma-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + V(w + \pi a - c - m a)$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore V = e^{-(\rho-m)t} e^{-\theta} \quad (5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} = -\dot{V} \therefore \dot{V} = -V(\pi-m) \quad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial V} = \dot{a} \therefore \dot{a} = w + \pi a - c - m a \quad (7)$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(13)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\lambda x(t) - \lambda(t)] = 0$$

(8)

* DERIVANDO (5) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{V} = e^{-(p-m)t} \lambda^{-\theta} [-\theta \lambda^{-\theta-1} \dot{\lambda} - (p+m)] \quad (9)$$

* SUBSTITUINDO (5) E (6) EM (9)

$$-e^{-(p-m)t} \lambda^{-\theta} (n-\lambda) = e^{-(p-m)t} \lambda^{-\theta} [-\theta \lambda^{-\theta-1} \dot{\lambda} - (p+m)]$$

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\theta} (n-p) \quad (10)$$

* FIRMAS

$$\pi = AK - nK \quad (11)$$

COMO $n = n + \delta$ TEM-SE

$$\pi = AK - (n + \delta)K$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0$$

$$\partial K$$

$$A - n - \delta = 0$$

$$n = A - \delta \quad (12)$$

* SUBSTITUINDO (12) EM (10)

$$\lambda_c \equiv \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\theta} (A - \delta - p) \quad (13)$$

* COMO $a = h$ E SUPONDO $w = 0$ TEM-SE QUE

63.A

$$\dot{a} = w + \mu a - \kappa - m a$$

$$\dot{h} = (\mu - m)h - \kappa$$

(14)

* DIVIDINDO (14) POR h

$$\gamma_h = \frac{\dot{h}}{h} = \mu - m - \frac{\kappa}{h}$$

$$\frac{\kappa}{h} = \mu - m - \gamma_h$$

NO SS, A TAXA DE CRESCIMENTO DO CAPITAL PER CAPITA É CONSTANTE, LOGO, $\frac{\kappa}{h}$ É CONSTANTE E h E y CRESCEM

NA MESMA TAXA QUE κ :

$$\gamma_c^* = \gamma_h^* = \gamma_y^* = \frac{1}{\theta} (A - \delta - \rho)$$

(15)

* DE (3) TEM-SE QUE

$$\gamma_c^* = \gamma_h^* = \gamma_y^* = \frac{1}{\theta} \left[\left(\frac{H}{K} \right)^{\theta} - \delta - \rho \right]$$



(16)

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

14

QUESTÃO 06:

6.i * FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

$$Y = K^\alpha H^\beta (AL)^{1-\alpha-\beta}$$

COMO $y = \frac{Y}{AL}$ TEM-SE

$$y = k^\alpha h^\beta$$

(1)

* COMO $h = \frac{K}{AL}$. ENTÃO,

$$\dot{h} = \frac{\dot{K} AL - (\dot{A} L + A \dot{L}) K}{(AL)^2}$$

$$= \frac{\dot{K} AL}{(AL)^2} - \frac{\dot{A}}{A} \frac{L}{AL} \cdot K - \frac{A}{AL} \cdot \frac{\dot{L}}{L} \cdot K$$

$$= \frac{\dot{K}}{AL} - g h - n h$$

$$= \frac{s_K Y - \delta_K K}{AL} - g h - n h$$

$$= s_K y - \delta_K h - g h - n h$$

$$= s_K y - (n + g + \delta) h$$

(2)

* COMO $h = \frac{H}{AL}$. LOGO,

$$\dot{h} = \frac{\dot{H} AL - (\dot{A} L + A \dot{L}) H}{(AL)^2}$$

$$\ddot{A} = \frac{\dot{H} AL}{(AL)^2} - \frac{\dot{A} \cdot \frac{L}{AL^2} \cdot H}{A} - \frac{A}{A^2 L} \cdot \frac{\dot{L}}{L} \cdot H$$

24.A

$$= \frac{\dot{H}}{AL} - \vartheta \dot{A} - m \dot{A}$$

$$= \frac{S_H \gamma - \delta_H H}{AL} - \vartheta \dot{A} - m \dot{A}$$

$$= S_H \gamma - \delta_H A - \vartheta \dot{A} - m \dot{A}$$

$$= S_H \gamma - (m + \vartheta + \delta) \dot{A}$$

(3)

* SISTEMAS DE EQUAÇÕES SUPONDO $\delta_K = \delta_H = \delta$

$$\begin{cases} \ddot{Q} = S_K \gamma - (m + \vartheta + \delta) \dot{Q} \\ \ddot{A} = S_H \gamma - (m + \vartheta + \delta) \dot{A} \end{cases}$$

* NO SS $\ddot{Q} = 0$ E $\ddot{A} = 0$. ENTÃO,

DE (2) TEM-SE

$$S_K \gamma = (m + \vartheta + \delta) \dot{Q}$$

$$S_K \dot{Q}^{\gamma-1} \dot{A}^{\beta} = (m + \vartheta + \delta) \dot{Q}$$

$$\dot{Q}^{\gamma-1} = \left(\frac{m + \vartheta + \delta}{S_K} \right) \frac{1}{\dot{A}^{\beta}}$$

$$\dot{Q} = \left(\frac{S_K}{m + \vartheta + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \dot{A}^{\frac{\beta}{1-\gamma}}$$

(4)

DE (3) TEM-SE

$$S_H \gamma = (m + \vartheta + \delta) \dot{A}$$

$$S_H \dot{Q}^{\gamma} \dot{A}^{\beta} = (m + \vartheta + \delta) \dot{A}$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II

MACROECONOMIA I

(75)

$$h^{\beta-1} = \left(\frac{m+g+d}{s_H} \right) \frac{1}{h^g}$$

$$h = \left(\frac{s_H}{m+g+d} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} h^{\frac{g}{1-\beta}}$$

(3)

* SUBSTITUINDO (3) EM (4)

$$h = \left(\frac{s_K}{m+g+d} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{s_H}{m+g+d} \right)^{\frac{\beta}{(1-g)(1-\beta)}} h^{\frac{g\beta}{(1-g)(1-\beta)}}$$

$$h^{\frac{1-g-\beta}{(1-g)(1-\beta)}} = \left(\frac{s_K}{m+g+d} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{s_H}{m+g+d} \right)^{\frac{\beta}{(1-g)(1-\beta)}}$$

$$h = \left(\frac{s_K}{m+g+d} \right)^{\frac{1-\beta}{1-g-\beta}} \left(\frac{s_H}{m+g+d} \right)^{\frac{\beta}{1-g-\beta}}$$

$$h^* = \left(\frac{s_K^{1-\beta} s_H^{\beta}}{m+g+d} \right)^{\frac{1}{1-g-\beta}}$$

(6)

* SUBSTITUINDO (4) EM (5)

$$h = \left(\frac{s_H}{m+g+d} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{s_K}{m+g+d} \right)^{\frac{\alpha}{(1-g)(1-\beta)}} h^{\frac{g\alpha}{(1-g)(1-\beta)}}$$

$$h^{\frac{1-g-\beta}{(1-g)(1-\beta)}} = \left(\frac{s_H}{m+g+d} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{s_K}{m+g+d} \right)^{\frac{\alpha}{(1-g)(1-\beta)}}$$

$$h = \left(\frac{s_H}{m+g+d} \right)^{\frac{1-g}{1-g-\beta}} \left(\frac{s_K}{m+g+d} \right)^{\frac{\alpha}{1-g-\beta}}$$

$$h^* = \left(\frac{s_H^{1-g} s_K^{\alpha}}{m+g+d} \right)^{\frac{1}{1-g-\beta}}$$

(7)

* SUBSTITUINDO (6) E (7) EM (1)

15.9

$$\begin{aligned} y &= \left(\frac{S_K^{1-\beta} S_H^\beta}{m+g+\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{S_H^{1-\alpha} S_K^\alpha}{m+g+\delta} \right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \\ &= \left(\frac{1}{m+g+\delta} \right)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} S_K^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} S_H^{\frac{\alpha\beta}{1-\alpha-\beta}} S_H^{\frac{\beta-\alpha\beta}{1-\alpha-\beta}} S_K^{\frac{\alpha\beta}{1-\alpha-\beta}} \\ &= \left(\frac{1}{m+g+\delta} \right)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} S_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} S_H^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \end{aligned}$$

$$y^* = \left[\frac{S_K^\alpha S_H^\beta}{(m+g+\delta)^{\alpha+\beta}} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

(8)

6.ii * COMO $y = \frac{Y}{AL}$ TEM-SE

$$\left(\frac{Y}{L} \right)^* = A y$$

(9)

PORTANTO,

$$\left(\frac{Y}{L} \right)^* = A \left[\frac{S_K^\alpha S_H^\beta}{(m+g+\delta)^{\alpha+\beta}} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

(10)

* COMO $A = A(0)e^{gt}$ TEM-SE

$$\left(\frac{Y}{L} \right)^* = A(0)e^{gt} \left[\frac{S_K^\alpha S_H^\beta}{(m+g+\delta)^{\alpha+\beta}} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

(11)

* LOG-LINEARIZANDO (11)

$$\ln(Y/L) = \ln A(0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \ln S_K + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \ln S_H - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \ln(m+g+\delta) \quad (12)$$

* DERIVANDO (12) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\left(\frac{\dot{Y}/L}{Y/L} \right)^* = g$$

(13)

LISTA DE EXERCÍCIOS II

MACROECONOMIA I

(16)

NO SS, A TAXA DE CRESCIMENTO DO PRODUTO PER CAPITA É AFETADA ÚNICA E EXCLUSIVAMENTE PELA TAXA DE PROGRESSO TECNOLÓGICO. OU SEJA, NÃO DEPENDE S_H E NEM DE S_K .

(6.iii) * FAZENDO $\ln A(0) = a + \epsilon$; DE (12) TEM-SE

$$\ln(Y/L) = a + g + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \ln S_K + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \ln S_H - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \ln(m+g+\delta) + \epsilon;$$

16.9

6.iii

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(17)

QUESTÃO 10:

(10.i) * TEM-SE QUE

$$R = \frac{K}{ALGCE}$$

(1)

* DERIVANDO (1) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{R} = \frac{\dot{K} ALGCE - [\dot{A} LGCE + A \dot{L} GCE] K}{[ALGCE]^2}$$

$$= \frac{\dot{K} ALGCE}{[ALGCE]^2} - \frac{\dot{A}}{A} \cdot \frac{LGCE}{A[LGCE]^2} K - \frac{\dot{L}}{L} \cdot \frac{AGCE}{L[AGCE]^2} K$$

$$= \frac{\dot{K}}{ALGCE} - g \cdot h - n h$$

(2)

* COMO $\dot{K} = sY - \delta K$. ENTÃO, DE (2)

$$\dot{R} = s f(h) - \delta h - g h - n h$$

$$\dot{R} = s f(h) - (n + g + \delta) h$$

(3)

* COMO $Y = K^\alpha (AH)^{1-\alpha}$ E $H = LGCE$. ENTÃO,

$$Y = K^\alpha [ALGCE]^{1-\alpha}$$

(4)

* DIVIDINDO (4) POR $ALGCE$

$$\frac{Y}{ALGCE} = \frac{K^\alpha [ALGCE]^{1-\alpha}}{ALGCE}$$

$$\gamma = \left[\frac{K}{ALG(E)} \right]^\alpha$$

67.A

$$= R^q = f(R)$$

(5)

* NO SS $\dot{R} = 0$, ENTÃO DE (3) E (5)

$$R^{q-1} = \frac{n+g+f}{R}$$

$$R^q = \left(\frac{n+g+f}{R} \right)^{\frac{1}{1-q}}$$

(6)

* SUBSTITUINDO (6) EM (5)

$$\gamma^q = \left(\frac{n+g+f}{R} \right)^{\frac{q}{1-q}}$$

(7)

10.ii * DADAS AS SUPORTIÇÕES DO MODELO A POPULAÇÃO TOTAL $N(t)$ PODE SER EXPRESSA DA SEGUINTE FORMA

$$N(t) = \int_{\tau=0}^T B(t-\tau) d\tau$$

(8)

* COMO $B(t-\tau) = B(0)e^{m(t-\tau)}$, ENTÃO,

$$B(t-\tau) = B(0)e^{mt}e^{-m\tau}$$

$$= B(t)e^{-m\tau}$$

(9)

* SUBSTITUINDO (9) EM (8)

$$N(t) = \int_{\tau=0}^T B(t)e^{-m\tau} d\tau$$

$$= - \frac{e^{-m\tau}}{m} B(t) \Big|_{\tau=0}^T$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(18)

$$\begin{aligned}N(t) &= \frac{-e^{-nt} - [-e^{n(0)}]}{n} B(t) \\&= \frac{-e^{-nt} + 1}{n} B(t) \\&= \frac{1 - e^{-nt}}{n} B(t)\end{aligned}\tag{10}$$

* O NÚMERO DE TRABALHADORES NO PERÍODO t , $L(t)$, É IGUAL AO NÚMERO DE VIVOS MENOS O NÚMERO DE ESTUDANTES

$$L(t) = \int_{\tau=0}^T B(t-\tau) d\tau\tag{11}$$

* COMO $B(t-\tau) = B(0)e^{n(t-\tau)}$, ENTÃO,

$$\begin{aligned}B(t-\tau) &= B(0)e^{n(t-\tau)} \\&= B(t)e^{-n\tau}\end{aligned}\tag{12}$$

* SUBSTITUINDO (12) EM (11)

$$\begin{aligned}L(t) &= \int_{\tau=0}^T B(t)e^{-n\tau} d\tau \\&= -\frac{e^{-n\tau}}{n} B(t) \Big|_{\tau=0}^T \\&= \frac{-e^{-nT} - (-e^{-n(0)})}{n} B(t)\end{aligned}$$

$$L(t) = \frac{e^{-mt} - e^{-nt}}{m} B(t)$$

(13)

P.A

* A taxa da população que está trabalhando pode ser obtida dividindo (13) por (10)

$$\frac{L(t)}{N(t)} = \frac{[(e^{-mt} - e^{-nt})/m] B(t)}{[(1 - e^{-nt})/n] B(t)}$$

$$= \frac{e^{-mt} - e^{-nt}}{1 - e^{-nt}}$$

$$L(t) = \frac{e^{-mt} - e^{-nt}}{1 - e^{-nt}} N(t)$$

(14)

* como $y = \frac{Y}{ALG(E)}$, então,

$$Y = y ALG(E)$$

(15)

* substituindo (1) e (14) em (15)

$$Y^* = \left(\frac{2}{m+g+d} \right)^{\frac{g}{1-g}} ALG(E) \frac{e^{-mt} - e^{-nt}}{1 - e^{-nt}} N$$

$$\left(\frac{Y}{N} \right)^* = \left(\frac{2}{m+g+d} \right)^{\frac{g}{1-g}} ALG(E) \frac{e^{-mt} - e^{-nt}}{1 - e^{-nt}}$$

(16)

10.iii

$$\left(\frac{Y}{N} \right)^* = \left(\frac{0,2}{0,01+0,02+0,03} \right)^{\frac{1/3}{1-1/3}} (1)e^{0,134(4)} \frac{e^{-0,01(4)} - e^{-0,01(70)}}{1 - e^{-0,01(70)}}$$

$$= \left(\frac{0,2}{0,06} \right)^{0,5} e^{0,536} \frac{e^{-0,04} - e^{-0,7}}{1 - e^{-0,7}}$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(19)

$$\left(\frac{Y}{N}\right)^* = 1,8257 \cdot 1,7092 \cdot \frac{0,9608 - 0,4966}{1 - 0,4966}$$

$$= 1,8257 \cdot 1,7092 \cdot 0,9227$$

$$\boxed{= 2,8774}$$

* PARA $E = 6$

$$\left(\frac{Y}{N}\right)^* = \left(\frac{0,2}{0,06}\right)^{0,3} (1)(1,709 + e^{0,606}) \frac{e^{-0,01(6)} - 0,01(701)}{1 - e^{-0,01(701)}}$$

$$= 1,8257 \cdot 3,5421 \cdot \frac{0,9418 - 0,4966}{1 - 0,4966}$$

$$= 1,8257 \cdot 3,5421 \cdot 0,8844$$

$$\boxed{= 5,7792}$$

UMA VEZ QUE "E" REPRESENTA OS ANOS DE ESTUDO, ENTÃO, UM AUMENTO EM "E" IMPLICA QUE OS INDIVÍDUOS ESTÃO ESTUDANDO MAIS E, SENDO ASSIM, TORNAM-SE MAIS PRODUTIVOS, RESULTANDO NUM PRODUTO PER CAPITA MAIS ELEVADO QUANDO COMPARADO COM UM "E" IGUAL À 4.

(10. im)

$$\left(\frac{Y}{N}\right)^* = 1,8257 \cdot 3,5421 \cdot \frac{0,9418 - 0,4724}{1 - 0,4724}$$

$$= 1,8257 \cdot 3,5421 \cdot 0,8897$$

$$\boxed{= 5,7535}$$

COMO T REPRESENTA OS ANOS DE VIDA DE CADA INDIVÍ-
DUO, ENTÃO UM AUMENTO EM T AUMENTA OS ANOS DE TRABALHO,
 $T-E$, ELEVANDO O PRODUTO PER CAPITA. 19.9

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(20)

QUESTÃO 03: (PROVA 2013)

3.a) * Como $\dot{A} = \frac{\dot{K}}{ALG(K)}$. ENTÃO,

$$\dot{A} = \frac{\dot{K} ALG(K) - [\dot{A} LG(K) + A \dot{L} G(K)] K}{[ALG(K)]^2}$$

$$= \frac{\dot{K} ALG(K)}{[ALG(K)]^2} - \frac{\dot{A}}{A} \cdot \frac{LG(K)}{A[LG(K)]^2} \cdot K - \frac{\dot{L}}{L} \cdot \frac{AG(K)}{L[AG(K)]^2} \cdot K$$

$$= \frac{\dot{K}}{ALG(K)} - g \cdot h - m \cdot h$$

COMO $\dot{K} = \sigma_K Y - \delta_K K$. ENTÃO,

$$\dot{A} = \frac{\sigma_K Y - \delta_K K}{ALG(K)} - (m + g) h$$

$$= \sigma_K y - (m + g + \delta_K) h$$

(1)

* FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

$$Y = K^\alpha [ALG(K)]^{1-\alpha}$$

$$Y = K^\alpha [ALG(K)]^{1-\alpha} [ALG(K)]$$

$$\frac{Y}{ALG(K)} = \left[\frac{K}{ALG(K)} \right]^\alpha$$

$$y = h^\alpha = f(h)$$

(2)

* SUBSTITUINDO (2) EM (1)

20.1

$$\dot{h} = \alpha_K h^{\alpha} - (n + g + \delta)h$$

NO SS $\dot{h} = 0$. LOGO,

$$\alpha_K h^{\alpha} = (n + g + \delta)h \quad \text{CONSIDERANDO } \delta_K = \delta$$

$$h^{\alpha-1} = \frac{n + g + \delta}{\alpha_K}$$

$$h^* = \left(\frac{\alpha_K}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

(3)

* SUBSTITUINDO (3) EM (2)

$$y^* = \left(\frac{\alpha_K}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

(4)

* TAMBÉM AS SUPOSIÇÕES DO MODELO A POPULAÇÃO TOTAL, $N(t)$, É IGUAL AO NÚMERO DE NASCIDOS ENTRE $t-T$ E t . OU SEJA,

$$N(t) = \int_{\tau=0}^T B(t-\tau) d\tau \quad (5)$$

COMO $B(t-\tau) = B(0)e^{n(t-\tau)}$. ENTÃO,

$$\begin{aligned} B(t-\tau) &= B(0)e^{nt}e^{-n\tau} \\ &= B(t)e^{-n\tau} \end{aligned}$$

(6)

* SUBSTITUINDO (6) EM (5)

$$N(t) = \int_{\tau=0}^T B(t)e^{-n\tau} d\tau$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II

MACROECONOMIA I

(27)

$$\begin{aligned}N(t) &= - \frac{e^{-m\tau}}{m} B(t) \Big|_{\tau=0}^T \\&= - \frac{e^{-mT} - [-e^{m(0)}]}{m} B(t) \\&= \frac{1 - e^{-mT}}{m} B(t)\end{aligned}\quad (7)$$

* O TOTAL DE TRABALHADORES NO PERÍODO t , $L(t)$, É IGUAL AO NÚMERO DE VIVOS MENOS O NÚMERO DE ESTUDANTES, OU SEJA, O NÚMERO DE NASCIDOS ENTRE $t-T$ E $t-E$. LOGO,

$$L(t) = \int_{\tau=E}^T B(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

* SUBSTITUINDO (6) EM (8)

$$\begin{aligned}L(t) &= \int_{\tau=E}^T B(t) e^{-m\tau} d\tau \\&= - \frac{e^{-m\tau}}{m} B(t) \Big|_{\tau=E}^T \\&= \frac{-e^{-mT} - (-e^{-mE})}{m} B(t) \\&= \frac{e^{-mE} - e^{-mT}}{m} B(t)\end{aligned}\quad (9)$$

* A FRACÇÃO DA POPULAÇÃO QUE ESTÁ TRABALHANDO É OBTIDA DIVIDINDO (9) POR (7)

$$\frac{L(x)}{r(x)} = \frac{[(e^{-mE} - e^{-mT})/\phi] B(x)}{[1 - e^{-mT}]/\phi] B(x)}$$

(29.A)

$$L = \frac{e^{-mE} - e^{-mT}}{1 - e^{-mT}} r$$

(10)

* COMO $Y = r A G(E)$ E $G(E) = e^{\phi E}$, ENTÃO,

$$Y^* = \left(\frac{r_K}{m + \theta + \delta} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} A e^{\phi E} \frac{e^{-mE} - e^{-mT}}{1 - e^{-mT}} r$$

$$\left(\frac{Y}{r} \right)^* = \left(\frac{r_K}{m + \theta + \delta} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} A e^{\phi E} \frac{e^{-mE} - e^{-mT}}{1 - e^{-mT}} \quad \blacksquare \quad (11)$$

3.6 * MAXIMIZANDO $(Y/r)^*$

* LOG-LINEARIZANDO (11)

$$\ln(Y/r)^* = \ln Y^* + \ln A(1) + \phi E + \ln(e^{-mE} - e^{-mT}) - \ln(1 - e^{-mT}) \quad (12)$$

* DERIVANDO (12) EM RELAÇÃO À E

$$0 = \phi + \frac{1}{e^{-mE} - e^{-mT}} e^{-mE} (-m) \quad \left. \begin{array}{l} (\phi - m) e^{-mE} = \phi e^{-mT} \\ e^{-mE} = \left(\frac{\phi}{\phi - m} \right) e^{-mT} \end{array} \right\} \quad (13)$$

* LOG-LINEARIZANDO (13) E MULTIPLICANDO O RESULTADO POR $1/m$

$$E = T - \frac{1}{m} \ln\left(\frac{\phi}{\phi - m}\right) \quad \blacksquare \quad (14)$$

PARA $T = \frac{1}{m} \ln\left(\frac{\phi}{\phi - m}\right)$ TEM-SE QUE $E = 0$

PARA $\frac{1}{m} \ln\left(\frac{\phi}{\phi - m}\right) = 0$ TEM-SE QUE $E = T$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(22)

QUESTÃO 04:

* FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE CADA FÁBRICA

$$Y_i = F(K_i, A_i L_i)$$

SUPONDO QUE UM AUMENTO DO ESTOQUE DE CAPITAL DA FÁBRICA LEVA A UM AUMENTO DO PRÓPRIO CONHECIMENTO E QUE ESSE É UM BEM PÚBLICO QUE PODE SER ACESSADO POR OUTRAS FÁBRICAS A UM CUSTO ZERO. DESSA FORMA,

$$\dot{A}_i = \dot{A} = \dot{K}$$

PORTANTO,

$$A = K \therefore Y_i = F(K_i, K L_i)$$

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DA ECONOMIA DESENCENTRALIZADA

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$s. \quad A \quad \dot{a} = w + \pi a - c$$

$$a(0) = a_0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-\rho t} \left(\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + V(w + \pi a - c)$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore V = e^{-\rho t} c^{-\theta} \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} = -\dot{V} \therefore \dot{V} = -V\pi \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = \dot{a} \quad \therefore \quad \dot{a} = w + r a - c$$

(3)

22.9

∂v

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [M(t) a(t)] = 0$$

(4)

$t \rightarrow \infty$

* DERIVANDO (1) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{V} = e^{-\rho t} \dot{c} - \theta (-\theta c^{-\eta} \dot{c} - \rho)$$

(5)

* SUBSTITUINDO (1) E (2) EM (5)

$$-e^{-\rho t} \dot{c} - \theta = e^{-\rho t} \dot{c} - \theta (-\theta c^{-\eta} \dot{c} - \rho)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} (\eta - \rho)$$

(6)

* FIRMAS

$$\pi_i = F(K_i, L_i) - (r + \delta) K_i - w L_i$$

(7)

* MULTIPLICANDO (7) POR L_i/L_i TEM-SE

$$\pi_i = L_i [F(k_i, \kappa) - (r + \delta) k_i - w]$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial k_i} = 0$$

$$L_i F'(k_i, \kappa) - (r + \delta) L_i = 0$$

$$r = F'(k_i, \kappa) - \delta$$

(8)

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial L_i} = 0$$

$$F(k_i, \kappa) - (r + \delta) k_i = w$$

* DE (8) TEM-SE QUE

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

23

$$W = F(L_i, K) - F'(L_i, K) L_i \quad (9)$$

* NO EQUILÍBRIO $L_i = L$ E $K = L L$. ENTÃO,

$$\begin{aligned} PM_e &= \frac{F(L, K)}{L} \\ &= f(L) \end{aligned} \quad (10)$$

PORTANTO, O PRODUTO TOTAL SERÁ

$$F(L, K) = L f(L) \quad (11)$$

LOGO, O PRODUTO MARGINAL É DADO POR

$$\begin{aligned} PM_g &= \frac{\partial F(L, K)}{\partial L} \\ &= f(L) - L f'(L) \end{aligned} \quad (12)$$

* SUBSTITUINDO (12) EM (8)

$$M = f(L) - L f'(L) - \delta \quad (13)$$

* SUBSTITUINDO (13) EM (6)

$$\dot{L} = \frac{\dot{L}}{L} = \frac{1}{\theta} [f(L) - L f'(L) - \delta - \rho] \quad (14)$$

* NO EQUILÍBRIO DE UMA ECONOMIA FECHADA $\dot{L} = 0$. ENTÃO,

$$\dot{L} = W + M L - \delta$$

$$\dot{L} = W + M L - \delta \quad (15)$$

* SUBSTITUINDO (9) E (11) EM (15)

$$\dot{L} = F(L, K) - F'(L, K) L + F'(L, K) L - \delta L - \epsilon$$

$$\dot{h} = F(h, k) - \delta h - c$$

23.9

DE (17) TEM-SE

$$\dot{h} = h f(L) - \delta h - c$$

(16)

* Dividindo (16) por h

$$\gamma_h \equiv \frac{\dot{h}}{h} = f(L) - \delta - \frac{c}{h}$$

$$\frac{c}{h} = f(L) - \delta - \gamma_h$$

NO SS, A TAXA DE CRESCIMENTO DO CAPITAL PER CAPITA É CONSTATANTE, LOGO, $\frac{c}{h}$ É CONSTATANTE E h E y CRESCEM A

MESMA TAXA QUE c

$$\gamma_c^* = \gamma_h^* = \gamma_y^* = \frac{1}{\theta} [f(L) - L f'(L) - \delta - \rho]$$

(17)

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO PLANEJADOR

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left(\frac{e^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$S. \quad A \quad \dot{h} = h f(L) - \delta h - c$$

$$h(0) = h_0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-\rho t} \left(\frac{e^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + v [h f(L) - \delta h - c]$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(24)

* CONDIÇÕES DE RAÍZES ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore V = e^{-\rho t} c^{-\theta} \quad (18)$$

$$\frac{\partial H}{\partial h} = -\dot{V} \therefore \dot{V} = -V [\rho(L) - \delta] \quad (19)$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = \dot{h} \therefore \dot{h} = h \rho(L) - \delta h - c \quad (20)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) h(t)] = 0 \quad (21)$$

* DERIVANDO (18) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{V} = e^{-\rho t} c^{-\theta} (-\theta c^{-\theta-1} \dot{c} - \rho) \quad (22)$$

* SUBSTITUINDO (18) E (19) EM (22)

$$-e^{-\rho t} c^{-\theta} [\rho(L) - \delta] = e^{-\rho t} c^{-\theta} (-\theta c^{-\theta-1} \dot{c} - \rho)$$

$$\boxed{\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [\rho(L) - \delta - \rho]} \quad (23)$$

EM UMA ECONOMIA CENTRALIZADA O PLANEJADOR AJUSTA A TAXA DE CRESCIMENTO DAS VARIÁVEIS PER CAPITA POR MEIO DO PRODUTO MÉDIO (PME) ENQUANTO NUMA ECONOMIA DESCENTRALIZADA TAL AJUSTE SE DA ATRAVÉS DO PRODUTO MARGINAL (PMg). DESSA FORMA, COMO $PME > PMg$ CONCLUI-SE QUE O RESULTADO PARA A ECONOMIA DESCENTRALIZADA NÃO É EFICIENTE NO SENTIDO DE PARETO. OU SEJA,

$$\frac{\dot{c}}{c} (\text{DESCENTRALIZADA}) < \frac{\dot{c}}{c} (\text{PLANEJADOR})$$

O ÓTIMO SOCIAL PODE SER ALCANÇADO EM UMA ECONOMIA DESECENTRALIZADA ATRAVÉS DAS SEGUINTE POLÍTICAS (MIDAS FINANCIÁRIAS COM IMPOSTOS LUMP-SUM - QUE CARACTERIZAM POR NÃO DISTORCER A ECONOMIA):

* SUBSÍDIO À COMPRA DE BENS DE CAPITAL; E

* SUBSÍDIO À PRODUÇÃO.

1ª) POLÍTICA DE SUBSÍDIO À PRODUÇÃO

FIRMAS:

$$\max \pi_i = L_i [(\eta + \tau) F(K_i, K) - (\eta + \delta) K_i - w]$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial K_i} = 0$$

$$L_i [(\eta + \tau) F'(K_i, K)] - (\eta + \delta) L_i = 0$$

$$(\eta + \delta) K_i = [(\eta + \tau) F'(K_i, K)] K_i$$

$$\eta + \delta = (\eta + \tau) F'(K_i, K)$$

$$\eta = (\eta + \tau) F'(K_i, K) - \delta \quad (24)$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial L_i} = 0$$

$$(\eta + \tau) F(K_i, K) - (\eta + \delta) K_i = w$$

$$w = (\eta + \tau) F(K_i, K) - (\eta + \delta) K_i \quad (25)$$

* SUBSTITUINDO (24) EM (25)

$$w = (\eta + \tau) F(K_i, K) - F'(K_i, K) K_i$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(23)

* SUBSTITUINDO (12) EM (24)

$$\pi = (\gamma + \tau) [p(L) - L p'(L)] - \delta \quad (26)$$

* SUBSTITUINDO (26) EM (6)

$$\delta_c \equiv \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} \{ (\gamma + \tau) [p(L) - L p'(L)] - \delta - \rho \} \quad (27)$$

* IGUALANDO (27) E (23)

$$\frac{1}{\theta} [p(L) - \delta - \rho] = \frac{1}{\theta} \{ (\gamma + \tau) [p(L) - L p'(L)] - \delta - \rho \}$$

$$p(L) - \delta - \rho = (\gamma + \tau) [p(L) - L p'(L)] - \delta - \rho$$

$$\gamma + \tau = \frac{p(L)}{p(L) - L p'(L)}$$

$$\tau = \frac{p(L)}{p(L) - L p'(L)} - \gamma$$

$$= \frac{p(L) - p(L) + L p'(L)}{p(L) - L p'(L)}$$

$$= \boxed{\frac{L p'(L)}{p(L) - L p'(L)}} \quad (28)$$

ENTÃO, NOTA-SE QUE O VALOR DO SUBSÍDIO À PRODUÇÃO QUE PRODUZIRIA UM RESULTADO IDÊNTICO AO DE UMA ECONOMIA PLANEJADA É DADO POR (28).

2º) POLÍTICA DE SUBSÍDIO À CONTA DE BENS DE CAPITAL (D.S.A)

FIANÇAS:

$$\max \pi_i = L_i [F(k_i, \kappa) - (1-\tau)(1+\delta)k_i - w]$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial k_i} = 0$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial k_i}$$

$$L_i F'(k_i, \kappa) - (1-\tau)(1+\delta)L_i = 0$$

$$(1-\tau)(1+\delta) = F'(k, \kappa)$$

$$r = \frac{F'(k, \kappa)}{1-\tau} - \delta$$

(29)

* SUBSTITUINDO (28) EM (29)

$$r = \frac{f(L) - Lf'(L)}{1-\tau} - \delta$$

(30)

* SUBSTITUINDO (30) EM (6)

$$\delta_c = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\frac{f(L) - Lf'(L)}{1-\tau} - \delta - \rho \right]$$

(31)

* IGUALANDO (31) E (23)

$$\frac{1}{\theta} [f(L) - \delta - \rho] = \frac{1}{\theta} \left[\frac{f(L) - Lf'(L)}{1-\tau} - \delta - \rho \right]$$

$$f(L) - \delta - \rho = \frac{f(L) - Lf'(L)}{1-\tau} - \delta - \rho$$

$$1-\tau = \frac{f(L) - Lf'(L)}{f(L)}$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(26)

$$\tau = 1 - \frac{p(L) - L p'(L)}{p(L)}$$
$$= \frac{\cancel{p(L)} - \cancel{p(L)} + L p'(L)}{p(L)}$$

$$\tau = \frac{L p'(L)}{p(L)}$$

(32)

ENTÃO, MOSTA-SE QUE O VALOR DO SUBSÍDIO À COMPRA DE BENS DE CAPITAL QUE PRODUZIRIA UM RESULTADO IDÊNTICO AO DE UMA ECONOMIA PLANEJADA É DADO POR (32).

26.A

QUESTÃO 02: (PROVA 2013)

2.i) * FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

$$Y = [(1-\alpha_K)K]^\alpha [A(1-\alpha_L)L]^{1-\alpha} \quad (1)$$

* TEN-SE QUE

$$\dot{K} = \alpha Y \quad (2)$$

* SUBSTITUINDO (1) EM (2)

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \alpha [(1-\alpha_K)K]^\alpha [A(1-\alpha_L)L]^{1-\alpha} \\ &= \alpha (1-\alpha_K)^\alpha K^\alpha (1-\alpha_L)^{1-\alpha} (AL)^{1-\alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

* CONSIDERANDO $\mathcal{L}_K = \alpha (1-\alpha_K)^\alpha (1-\alpha_L)^{1-\alpha}$, ENTÃO (3) TORNA-SE

$$\dot{K} = \mathcal{L}_K K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \quad (4)$$

* DIVIDINDO (4) POR K

$$\mathcal{g}_K = \mathcal{L}_K \left(\frac{AL}{K} \right)^{1-\alpha}$$

(5)

* LOG-LINEARIZANDO (5) E DERIVANDO O RESULTADO EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\frac{d \ln \mathcal{g}_K}{dt} = \frac{d \ln \mathcal{L}_K}{dt} + (1-\alpha) \frac{d \ln A}{dt} + (1-\alpha) \frac{d \ln L}{dt} - (1-\alpha) \frac{d \ln K}{dt}$$

$$\frac{\dot{\mathcal{g}}_K}{\mathcal{g}_K} = (1-\alpha)(\mathcal{g}_A + n - \mathcal{g}_K) \quad (6)$$

* CONSIDERANDO $\dot{\mathcal{g}}_K = 0$ TEN-SE QUE

$$g_K = g_A + m$$

(7)

27.9

* PRODUÇÃO DE NOVAS IDEIAS

$$\dot{A} = \beta (a_K K)^\beta (a_L L)^{\delta} A^{\theta-1}$$

(8)

* DIVIDINDO (8) POR A OBTÉM-SE

$$g_A = \beta a_K^\beta K^\beta a_L^\delta L^\delta A^{\theta-1}$$

(9)

* CONSIDERANDO $\kappa_A = \beta a_K^\beta a_L^\delta$, ENTÃO (9) TORNA-SE

$$g_A = \kappa_A K^\beta L^\delta A^{\theta-1}$$

(10)

* LOG-LINEARIZANDO (10) E DERIVANDO O RESULTADO EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\frac{d \ln g_A}{dt} = \frac{d \ln \kappa_A}{dt} + \beta \frac{d \ln K}{dt} + \delta \frac{d \ln L}{dt} + (\theta-1) \frac{d \ln A}{dt}$$

$$\frac{\dot{g}_A}{g_A} = \beta g_K + \delta m + (\theta-1) g_A$$

(11)

* CONSIDERANDO $\dot{g}_A = 0$ TEM-SE DE (11)

$$g_K = \frac{(1-\theta)g_A}{\beta} - \frac{\delta m}{\beta}$$

(12)

* DE (1) TEM-SE QUE

$$Y = (1-a_K)^\alpha (1-a_L)^{1-\alpha} K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$$

(13)

* CONSIDERANDO $\kappa_Y = (1-a_K)^\alpha (1-a_L)^{1-\alpha}$ TEM-SE DE (13)

$$Y = \kappa_Y K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$$

(14)

* LOG-LINEARIZANDO (14) E DERIVANDO O RESULTADO EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\frac{d \ln Y}{dt} = \frac{d \ln C_Y}{dt} + \alpha \frac{d \ln K}{dt} + (1-\alpha) \frac{d \ln A}{dt} + (1-\alpha) \frac{d \ln L}{dt}$$

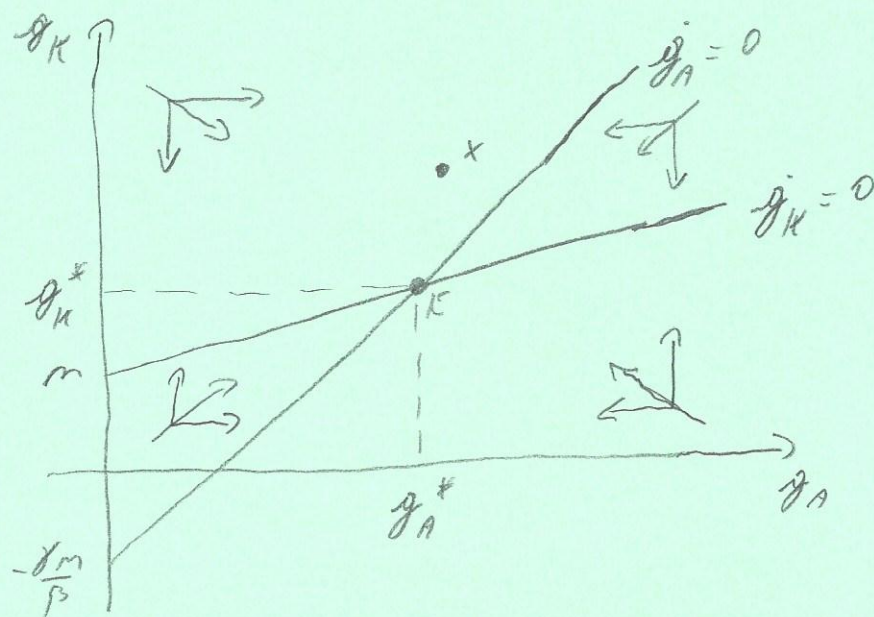
$$g_Y = \alpha g_K + (1-\alpha)(g_A + n) \quad (15)$$

DE (7), (12) E (15) PERCEBE-SE QUE A TAXA DE CRESCIMENTO DAS VARIÁVEIS É AFETADA POR VARIÁVEIS QUE ESTÃO BEM ESPECIFICADAS NO MODELO E, SENDO ASSIM, ESSE MODELO APRESENTA CRESCIMENTO ENDOGÊNICO. OU SEJA, NÃO EXISTEM VARIÁVEIS EXÓGENAS AFETANDO O MODELO.

2.ii) $\dot{g}_A = 0 \Rightarrow g_K = \frac{(1-\theta)g_A}{\beta} - \frac{\gamma m}{\beta}$

$$\dot{g}_K = 0 \Rightarrow g_K = g_A + n$$

* DIAGRAMA DE FASE



UMA VEZ QUE a NÃO AFETA DIRETAMENTE OS LOCUS (2P.A)

$\dot{\theta}_A$ E $\dot{\theta}_K$, ENTÃO, UM AUMENTO EM a NÃO AFETARÁ A ECONOMIA NO LONGO PRAZO.

COMO $\dot{\theta}_K$ DEPENDE DE a , ENTÃO O EQUILÍBRIO DESLOCA-SE PARA X (REPRESENTADO NO DIAGRAMA DE FASE ACIMA). CONTU-
DO, ESSA MUDANÇA É TEMPORÁRIA, OCORRENDO APENAS NO MO-
MENTO DA ALTERAÇÃO, E COM O TEMPO O EQUILÍBRIO RETORNA AO
PONTO INICIAL E.

POR SUA VEZ, PENSARE-SE TAMBÉM QUE A DINÂMICA DE $\dot{\theta}_A$ E
 $\dot{\theta}_K$, OU SEJA, $\dot{\theta}_A$ E $\dot{\theta}_K$, NÃO SE ALTERAM APÓS UM AUMENTO
EM a .

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA

29

QUESTÃO 05: (PROVA 2013)

(5.1) * FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

$$Y_i = A_i Q_i e^{\phi E_i} L_i$$

(1)

* QUALIDADE DA EDUCAÇÃO

$$Q_i = \beta_i (Y_i / L_i)^{\gamma}$$

(2)

* SUBSTITUINDO (2) EM (1)

$$Y_i = A_i \beta_i (Y_i / L_i)^{\gamma} e^{\phi E_i} L_i$$

(3)

* DIVIDINDO (3) POR L_i (PRODUTO POR TRABALHADOR)

$$\frac{Y_i}{L_i} = A_i \beta_i (Y_i / L_i)^{\gamma} e^{\phi E_i}$$

(4)

* LOG-LINEARIZANDO (4) TEM-SE

$$\ln(Y_i / L_i) = \ln A_i + \ln \beta_i + \gamma \ln(Y_i / L_i) + \phi E_i$$

(5)

* PORTANTO, A DIFERENÇA DO PRODUTO POR TRABALHADOR ENTRE DOIS PAÍSES É DADA POR

$$\ln(Y_2 / L_2) - \ln(Y_1 / L_1) = \ln A_2 - \ln A_1 + \ln \beta_2 - \ln \beta_1 + \gamma \ln(Y_2 / L_2) - \gamma \ln(Y_1 / L_1) + \phi E_2 - \phi E_1$$

$$= \ln A_2 - \ln A_1 + \ln \beta_2 - \ln \beta_1 + \gamma [\ln(Y_2 / L_2) - \ln(Y_1 / L_1)] + \phi (E_2 - E_1)$$

(6)

LOGO, A CONTRIBUIÇÃO DA EDUCAÇÃO PARA $\ln(Y_2 / L_2) - \ln(Y_1 / L_1)$ É DADA POR:

$$\boxed{\phi (E_2 - E_1)}$$

5.ii) MANIPULANDO (6) MATEMATICAMENTE

(29.A)

$$\ln(Y_2/L_2) - \ln(Y_1/L_1) - \delta [\ln(Y_2/L_2) - \ln(Y_1/L_1)] = \ln A_2 - \ln A_1 + \\ + \ln B_2 - \ln B_1 + \\ + \phi(E_2 - E_1)$$

$$[\ln(Y_2/L_2) - \ln(Y_1/L_1)](1 - \delta) = \ln A_2 - \ln A_1 + \ln B_2 - \ln B_1 + \phi(E_2 - E_1)$$

$$\ln(Y_2/L_2) - \ln(Y_1/L_1) = \frac{1}{1 - \delta} (\ln A_2 - \ln A_1) + \frac{1}{1 - \delta} (\ln B_2 - \ln B_1) + \frac{\phi(E_2 - E_1)}{1 - \delta}$$

PORTANTO, A MELHOR MEDIDA DA CONTRIBUIÇÃO DA EDUCAÇÃO PARA $\ln(Y_2/L_2) - \ln(Y_1/L_1)$ É DADA POR:

$$\frac{\phi(E_2 - E_1)}{1 - \delta}$$

QUESTÃO 5.i: (NOMEN 3.7 THIRD EDITION)3.7.A * FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE NOVAS IDEIAS

$$\dot{A} = B(a_L L)^{\gamma} A^{\theta}$$

(1)

* DIVIDINDO (1) POR A TEM-SE QUE

$$\frac{\dot{A}}{A} = B(a_L L)^{\gamma} A^{\theta-1}$$

$$g_A = B(a_L L)^{\gamma} A^{\theta-1}$$

(2)

* LOG-LINEARIZANDO (2) OBTÉM-SE

$$\ln g_A = \ln B + \gamma \ln a_L + \gamma \ln L + (\theta-1) \ln A$$

(3)

* DERIVANDO (3) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\frac{\dot{g}_A}{g_A} = \gamma m + (\theta-1) g_A$$

$$\dot{g}_A = \gamma m g_A + (\theta-1) g_A^2$$

(4)

* NO SS $\dot{g}_A = 0$. ENTÃO, DE (4) TEM-SE QUE

$$\gamma m g_A = (1-\theta) g_A^2$$

$$g_A = \frac{\gamma}{1-\theta} m$$

(5)

* SUBSTITUINDO (5) EM (2)

$$\frac{\gamma}{1-\theta} m = B(a_L L)^{\gamma} A^{\theta-1}$$

$$A^{\theta-1} = \frac{\gamma m}{(1-\theta) B(a_L L)^{\gamma}}$$

$$A = \left[\frac{(1-\theta)B(\alpha_L L)^\theta}{\delta m} \right]^{\frac{1}{1-\theta}}$$

(6)

30.9

3.7.3 * FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

$$Y = A(1-\alpha_L)L$$

(7)

* SUBSTITUINDO (6) EM (7)

$$Y^E = \left[\frac{(1-\theta)B(\alpha_L L)^\theta}{\delta m} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} (1-\alpha_L)L$$

(8)

* LOG-LINEARIZANDO (8) OBTÉM-SE

$$\ln Y^E = \frac{1}{1-\theta} \ln(1-\theta) + \frac{1}{1-\theta} \ln B + \frac{\theta}{1-\theta} \alpha_L + \frac{\theta}{1-\theta} L - \frac{1}{1-\theta} \ln \delta - \frac{1}{1-\theta} \ln m + \ln(1-\alpha_L) + \ln L$$

(9)

* MAXIMIZANDO (9) EM RELAÇÃO A α_L

$$\frac{\partial Y^E}{\partial \alpha_L} = 0$$

$$\frac{\theta}{1-\theta} \cdot \frac{1}{\alpha_L} \cdot (1) + \frac{1}{1-\alpha_L} \cdot (-1) = 0$$

$$\frac{\theta}{\alpha_L - \theta \alpha_L} = \frac{1}{1-\alpha_L}$$

$$\theta - \theta \alpha_L = \alpha_L - \theta \alpha_L$$

$$(1-\theta+\theta)\alpha_L = \theta$$

$$\alpha_L = \frac{\theta}{1-\theta+\theta}$$

(10)

QUESTÃO 5.ii: (NOMEN 3.3 THIRD EDITION)

(3.3) * FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

$$Y = [(1-\alpha_K)K]^\alpha [A(1-\alpha_L)L]^{1-\alpha} \quad (1)$$

* TEN-SE $\dot{K} = \delta Y$. ENTÃO, DE (1)

$$\dot{K} = \delta [(1-\alpha_K)K]^\alpha [A(1-\alpha_L)L]^{1-\alpha} \quad (2)$$

* CONSIDERANDO $\mathcal{L}_K = \delta (1-\alpha_K)^\alpha (1-\alpha_L)^{1-\alpha}$, ENTÃO,

$$\dot{K} = \mathcal{L}_K K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \quad (3)$$

* DIVIDINDO (3) POR K . LOGO,

$$\frac{\dot{K}}{K} = \mathcal{L}_K K^{\alpha-1} (AL)^{1-\alpha}$$

$$g_K = \mathcal{L}_K \left(\frac{AL}{K}\right)^{1-\alpha}$$

(4)

* LOG-LINEARIZANDO (4)

$$\ln g_K = \ln \mathcal{L}_K + (1-\alpha) \ln A + (1-\alpha) \ln L - (1-\alpha) \ln K \quad (5)$$

* DERIVANDO (5) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\frac{\dot{g}_K}{g_K} = (1-\alpha) g_A + (1-\alpha) n - (1-\alpha) g_K$$

$$\frac{\dot{g}_K}{g_K} = (1-\alpha) (g_A + n - g_K)$$

* CONSIDERANDO $\dot{g}_K = 0$. ENTÃO,

$$g_K = g_A + m$$

(6)

(3.1.A)

* FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE NOVAS IDEIAS

$$\dot{A} = \beta (\alpha_K K)^\beta (\alpha_L L)^\beta A^\theta$$

(7)

* CONSIDERANDO $\epsilon_A = \beta \alpha_K^\beta \alpha_L^\beta$ E DIVIDINDO (7) POR A

$$g_A = \epsilon_A K^\beta L^\beta A^{\theta-1}$$

(8)

* LOG-LINEARIZANDO (8) E DERIVANDO O RESULTADO EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\frac{\dot{g}_A}{g_A} = \beta g_K + \beta m + (\theta - 1) g_A$$

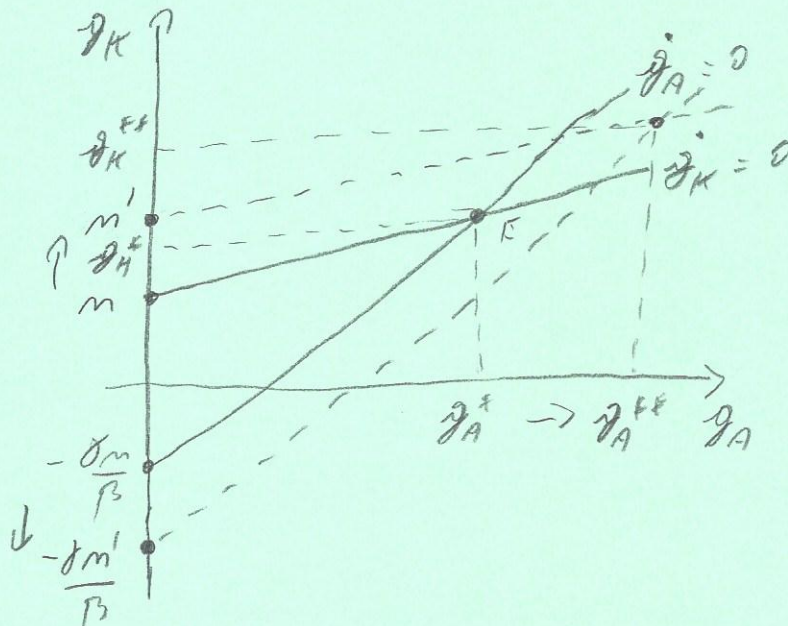
(9)

* CONSIDERANDO $\dot{g}_A = 0$. ENTÃO,

$$g_K = \frac{(1 - \theta) g_A - \beta m}{\beta}$$

(10)

3.3.A * UM AUMENTO EM m



LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(32)

OU SEJA, UM AUMENTO EM m ELANÁ TANTO θ_A QUANTO θ_K .

3.3.3 x AUMENTO EM α_K

3.3.C x AUMENTO EN θ

32.9

QUESTÃO 6: (PROVA 2013)

* FUNÇÃO DE PRODUÇÃO DE BENS FINAIS

$$Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (1)$$

* FUNÇÃO DE INSUMOS INTERMEDIÁRIOS

$$K_t = \left(\sum_{j=1}^M x_{jt}^\alpha \right)^{1/\alpha} \quad (2)$$

* SUBSTITUINDO (2) EM (1)

$$Y_t = A L_t^{1-\alpha} \sum_{j=1}^M x_{jt}^\alpha \quad (3)$$

A EQUAÇÃO (3) APRESENTA RETORNOS DECRESCENTES EM RELAÇÃO À CADA x_{jt} E RETORNOS CONSTANTES EM RELAÇÃO À QUANTIDADE TOTAL DOS INPUTS INTERMEDIÁRIOS E, SENDO ASSIM, PODE-SE ASSUMIR $x_{jt} = x$. ENTÃO,

$$Y_t = A L_t^{1-\alpha} M_t x^\alpha \quad (4)$$

AS EMPRESAS CONTRATAM TRABALHO NUM MERCADO COMPETITIVO E PAGAM O PREÇO P_{jt} PELO ALUGUEL DOS INPUTS INTERMEDIÁRIOS. LOGO,

$$\max \int_0^\infty e^{-\eta t} \left[A L_t^{1-\alpha} \sum_{j=1}^M x_{jt}^\alpha - w_t L_t - \sum_{j=1}^M x_{jt} P_{jt} \right] dt \quad (5)$$

COMO NÃO HÁ ELEMENTOS INTERTEMPORAIS, (5) PODE SER REESCRITA DA SEGUINTE FORMA:

$$\max Y - w_t L_t - \sum_{j=1}^M x_{jt} P_{jt}$$

*CPO:

$$W_1 = A \sum_{j=1}^{N_1} x_{j1}^{\alpha} (1-\alpha) L_1^{1-\alpha} \quad (6)$$

$$P_{j1} = \alpha A x^{\alpha-1} L_1^{1-\alpha} \quad (7)$$

PODE-SE REESCREVER (7) COMO UMA EQUAÇÃO DE DEMANDA

$$(x_{j1}^D)^{\alpha-1} = \frac{P_{j1}}{\alpha A L_1^{1-\alpha}}$$

$$x_{j1}^D = A^{\frac{1}{1-\alpha}} L_1^{\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} P_{j1}^{-\frac{1}{1-\alpha}} \quad (8)$$

ASSUME-SE QUE L_1 É CONSTANTE E IGUAL A L PARA QUE NÃO SE TENHA TAXA DE CRESCIMENTO SEMPRE CRESCENTE

AS EMPRESAS DE P_{jt} DECIDEM SE DESTINAM RECURSOS PARA A INVENÇÃO DE UM NOVO INPUT E, SE ESSE NOVO INPUT FOI CRIADO, QUAL PREÇO DEVERÁ SER COBADO. LOGO,

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho(t-s)} \pi_{jt} = \int_0^{\infty} e^{-\rho(t-s)} [(P_{jt}-1) A^{\frac{1}{1-\alpha}} (\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} P_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}})] dt \quad (9)$$

SUPONDO QUE O CUSTO MARGINAL SEJA IGUAL A 1. "CS" É O PERÍODO EM QUE O NOVO INPUT FOI CRIADO

* HAMILTONIANA

$$H = e^{-\rho(t-s)} [(P_{jt}-1) A^{\frac{1}{1-\alpha}} (\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} P_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}})]$$

$$\frac{\partial H}{\partial P_{jt}} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial P_{jt}}$$

LISTA DE EXERCÍCIOS II
MACROECONOMIA I

(34)

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} P_{jt}^{-\frac{1}{1-\alpha}} = \frac{1}{1-\alpha} P_{jt}^{-\frac{2+\alpha}{1-\alpha}}$$

$$P_{jt} = \frac{1}{\alpha} > 1 \quad \forall j \in J$$

(90)

* SUBSTITUINDO (90) EM (8)

$$\begin{aligned} X_{jt}^D &= A^{\frac{1}{1-\alpha}} L^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \\ &= A^{\frac{1}{1-\alpha}} L^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned}$$

(91)

* SUBSTITUINDO (91) EM (4)

$$\begin{aligned} Y_t &= A L^{1-\alpha} M_t A^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} L^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} \\ &= A^{\frac{1}{1-\alpha}} L^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} M_t \alpha^{\frac{2\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned}$$

(92)

* TEM-SE QUE

$$\pi_{jt} = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) A^{\frac{1}{1-\alpha}} L^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

(93)

* SUBSTITUINDO (93) EM (9)

$$\int_0^{\infty} e^{-\eta(t-s)} \pi_{jt} dt = \pi_{jt} \int_0^{\infty} e^{-\eta(t-s)} dt = \frac{\pi}{\eta}$$

(94)

A EMPRESA DE P&D DECIDIRÁ CRIAR UM NOVO INPUT SE O BENEFÍCIO REAL, $\frac{\pi}{\eta}$, FOR MAIOR QUE O CUSTO DE CRIAÇÃO. ASSUME-SE QUE PARA TER UMA NOVA IDEIA, A EMPRESA PRECISA PAGAR UM MONTANTE DE RECURSOS ϕ .

SE O MERCADO FOR DE CONDIÇÃO PERFEITA, ENTÃO (34.A)
A LIVRE ENTRADA E SAÍDA IMPLICA QUE:

$$\phi = \frac{\pi}{n} \quad (75)$$

* PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DOS CONSUMIDORES (SUPONDO $n=0$)

$$\max U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left(x^{\frac{1-\theta}{1-\theta}} - 1 \right) dt$$

$$\text{s. a } \dot{b} = r b + w L - c$$

$$b(0) = b_0$$

* MONTANDO A HAMILTONIANA

$$H = e^{-\rho t} \left(x^{\frac{1-\theta}{1-\theta}} - 1 \right) + V(r b + w L - c)$$

* CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \therefore V = e^{-\rho t} x^{-\theta} \quad (76)$$

$$\frac{\partial H}{\partial b} = -\dot{V} \therefore \dot{V} = -V r \quad (77)$$

$$\frac{\partial H}{\partial V} = \dot{b} \therefore \dot{b} = r b + w L - c \quad (78)$$

* DERIVANDO (76) EM RELAÇÃO AO TEMPO

$$\dot{V} = e^{-\rho t} x^{-\theta} (-\theta x^{-\theta-1} \dot{x} - \rho) \quad (79)$$

* SUBSTITUINDO (76) E (78) EM (79)

$$-e^{-\rho t} \dot{x}^{-\theta} \dot{n} = e^{-\rho t} \dot{x}^{-\theta} (-\theta \dot{x}^{-\theta-1} \dot{x} - \rho)$$

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{1}{\theta} (\dot{n} - \rho)$$

(20)

COMO OS ATIVOS PERTENCEM ÀS EMPRESAS DE PET, ENTÃO CADA VALOR É $\phi = \frac{\pi}{n}$. LOGO, O VALOR TOTAL DOS ATIVOS SERÁ

$$b = \phi n$$

$$\dot{b} = \phi \dot{n}$$

(21)

* COMO $\phi = \frac{\pi}{n}$, ENTÃO,

$$n = \frac{\pi}{\phi}$$

(22)

* SUBSTITUINDO (23) EM (22)

$$n = \frac{1}{\phi} \left[\left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) A^{\frac{1}{1-\alpha}} L^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]$$

(23)

* COMO $b = \phi n$ E $\dot{b} = n \dot{b} + wL - c$, LOGO,

$$\phi \dot{n} = \phi n \dot{n} + wL - c$$

(24)

* SUBSTITUINDO (6) E (23) EM (24)

$$Y = c + nX + \phi \dot{n}$$

(25)

* διαιρώντας (25) με n

35.9

$$\frac{\phi \dot{n}}{n} = \frac{Y}{n} - \frac{L}{n} - x$$

$$\gamma_n \equiv \frac{\dot{n}}{n} = \frac{Y}{\phi n} - \frac{L}{\phi n} - \frac{x}{\phi}$$

no ss, $\frac{L}{n}$ é constante. Portanto,

$$\boxed{\gamma_n^* = \gamma_y^* = \gamma_c^*}$$

(26)