

LISTA II

**Lista de Exercícios 2: Sistemas lineares**

1) Quantas toneladas de milho e fertilizante uma fazenda deve produzir para atender uma demanda de 4 toneladas de milho e 2 toneladas de fertilizante? No processo produtivo de milho utiliza-se 0,1 tonelada de milho e 0,9 tonelada de fertilizante. No processo produtivo do fertilizante utiliza-se 0,5 tonelada de milho.

2) Encontre a solução de

$$\begin{cases} x = py + qx \\ y = (1-q)x + (1-p)y = 1 \\ x + y \end{cases}$$

PÁGINA 126

3) (Ex. 7.3 do Simon and Blume) Resolva os sistemas pelo método de eliminação de Gauss-Jordan

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4x + 2y - 3z = 1 \\ 6x + 3y - 5z = 0 \\ x + y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 2y - z = 2 \\ x + y + z = -2 \\ x - 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

4) Resolva o seguinte sistema por eliminação de Gauss na forma matricial:

$$w + x + 3y - 2z = 0$$

$$2w + 3x + 7y - 2z = 9$$

$$3w + 5x + 13y - 9z = 1$$

$$-2w + x - z = 0$$

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

MAT I 2012

2

QUESTÃO 07:

$X_m = ?$  TONELADAS

$X_1 = ?$  TONELADAS

$m^d = 4$  TONELADAS

$f^d = 2$  TONELADAS

$$X_m - 0,1X_m - 0,5X_1 = 0,9X_m - 0,5X_1$$

$$X_1 - 0,9X_m$$

$$\begin{cases} 0,9X_m - 0,5X_1 = 4 \\ -0,9X_m + X_1 = 2 \end{cases}$$

---

$$0,5X_1 = 6$$

$$0,5X_1 = 6 \rightarrow X_1 = 12$$
$$X_1 = \frac{6}{0,5}$$

$$0,9X_m - 0,5X_1 = 4$$

$$0,9X_m - 0,5(12) = 4$$

$$0,9X_m - 6 = 4$$

$$0,9X_m = 4 + 6$$

$$0,9X_m = 10$$

$$X_m = \frac{10}{0,9}$$

$$= 11,1$$

QUESTÃO 02:

$$\begin{cases} x = py + qx \\ y = (1-q)x + (1-p)y \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$x = py + qx$$

$$y - (1-p)y - (1-q)x = 0$$

$$x - qx - py = 0$$

$$y - y + py - (1-q)x = 0$$

$$x(1-q) - py = 0$$

$$py - (1-q)x = 0$$

$$x + y = 1$$

$$x + y = 1$$

$$x = 1 - y$$

$$x + \frac{1-q}{1+p-q} = 1$$

$$x(1-q) - py = 0$$

$$\frac{x(1+p-q) + 1-q = 1+p-q}{1+p-q}$$

$$(1-y)(1-q) - py = 0$$

$$1-q-y+ yq - py = 0$$

$$x(1+p-q) + 1-q = 1+p-q$$

$$y + py - yq = 1-q$$

$$x(1+p-q) = 1+p-q - 1 + y$$

$$y(1+p-q) = 1-q$$

$$x(1+p-q) = p$$

$$y = \frac{1-q}{1+p-q}$$

$$x = \frac{p}{1+p-q}$$

QUESTÃO 03:

$$(3.A) \begin{cases} 3x + 3y = 4 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & | & 4 \\ 1 & -1 & | & 10 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & | & 10 \\ 3 & 3 & | & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} \times (-3) \\ + \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & | & 10 \\ 0 & 6 & | & -26 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} \times \frac{1}{6} \\ \times \frac{1}{6} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & | & 10 \\ 0 & 1 & | & -\frac{13}{3} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} + \\ \times (1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & \frac{17}{3} \\ 0 & 1 & | & -\frac{13}{3} \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{17}{3} \quad \text{e} \quad y = -\frac{13}{3}$$

O SISTEMA LINEAR POSSUI SOLUÇÃO ÚNICA.

$$(3.B) \begin{cases} 4x + 2y - 3z = 1 \\ 6x + 3y - 5z = 0 \\ x + y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 6 & 3 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix}$$

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

MAT I 2012

(5)

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 & | & 2 \\ 1 & 1 & 1 & | & -2 \\ 1 & -4 & 3 & | & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 & | & 0 \\ 1 & 1 & 1 & | & -2 \\ 2 & 2 & -1 & | & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow x(-1) \quad x(-2) \\ \leftarrow + \\ \leftarrow \end{array} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 & | & 0 \\ 0 & 5 & -2 & | & -2 \\ 0 & 10 & -7 & | & 2 \end{bmatrix} \times \left(\frac{1}{5}\right) \sim \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 & | & 0 \\ 0 & 1 & -2/5 & | & -2/5 \\ 0 & 10 & -7 & | & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow x(4) \quad x(-10) \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7/5 & | & -8/5 \\ 0 & 1 & -2/5 & | & -2/5 \\ 0 & 0 & -3 & | & 6 \end{bmatrix} \times \left(-\frac{1}{3}\right) \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7/5 & | & -8/5 \\ 0 & 1 & -2/5 & | & -2/5 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \\ \leftarrow x(2/5) \quad x(7/5) \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 6/5 \\ 0 & 1 & 0 & | & -6/5 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{bmatrix}$$

$x = \frac{6}{5}$ ;  $y = -\frac{6}{5}$  e  $z = -2$   
 O SISTEMA LINEAR POSSUI SOLUÇÃO ÚNICA.

# LISTA DE EXERCÍCIOS 2

6

MAT I 2012

## QUESTÃO 04:

$$\begin{cases} w + x + 3y - 2z = 0 \\ 2w + 3x + 7y - 2z = 9 \\ 3w + 5x + 13y - 9z = 1 \\ -2w + x - z = 0 \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 7 & -2 \\ 3 & 5 & 13 & -9 \\ -2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & -2 & 9 \\ 3 & 5 & 13 & -9 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \times (-2) \times (-3) \times (2) \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \sim$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -6 & 9 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & -5 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \times (-1) \times (-2) \times (-3) \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \sim$$

# LISTA DE EXERCÍCIOS 2

(7)

MAT I 2012

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & -9 \\ 0 & 1 & 1 & -6 & 9 \\ 0 & 0 & 2 & 9 & -17 \\ 0 & 0 & 3 & 13 & -27 \end{array} \right] \times \left(\frac{1}{2}\right) \sim$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & -9 \\ 0 & 1 & 1 & -6 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{9}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 3 & 13 & -27 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \times (-1) \times (-2) \times (-3) \sim$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & 3\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{9}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{array} \right] \times (-2) \sim$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -5 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{27}{2} & 3\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{9}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \times \left(-\frac{9}{2}\right) \times \left(\frac{27}{2}\right) \times (5) \sim$$

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 23 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 49 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -22 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

$w = 23$

$x = 49$

$y = -22$

$z = 3$

O SISTEMA LINEAR  
POSSUI SOLUÇÃO ÚNICA.  
C.A.