

EXERCÍCIO 1:

1.A $u + v$

$u = (1, 2) \quad v = (0, 1)$

$$\begin{aligned} u + v &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

1.B ~~$u + v$~~ $-4w$

$w = (1, -3)$

$$\begin{aligned} -4w &= -4 \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

1.C $u + z$

$u = (1, 2) \quad z = (0, 1, 1)$

A ADIÇÃO DE VETORES OCORRE SE, E SOMENTE SE, ESSES TIVEREM A MESMA DIMENSÃO. ENTRETANTO, u POSSUI DIMENSÃO DOIS ENQUANTO TEM DIMENSÃO IGUAL A TRÊS. LOGO, O VETOR $u + z$ NÃO ESTÁ DEFINIDO.

1.D $3z$

$z = (0, 1, 1)$

$$\begin{aligned} 3z &= 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

1.E $2v$

$v = (0, 1)$

$$\begin{aligned} 2v &= 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

LISTA II MATEMÁTICA I2013/17^o

(2)

1.F $u + 2v$

$u = (1, 2) \quad v = (0, 1)$

$$u + 2v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1.G $u - v$

$u = (1, 2) \quad v = (0, 1)$

$$u - v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.H $3x + z$

$x = (1, 2, 0) \quad z = (0, 1, 1)$

$$3x + z = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1.I $-2x$

$x = (1, 2, 0)$

$$-2x = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1.J $w + 2x$

$w = (1, -3) \quad x = (1, 2, 0)$

A ADIÇÃO DE VETORES OCORRE SE, E SOMENTE SE, ESSES TIVEREM A MESMA DIMENSÃO. ENTRETANTO, O VETOR w POSSUI DI-

LISTA II MATEMÁTICA I

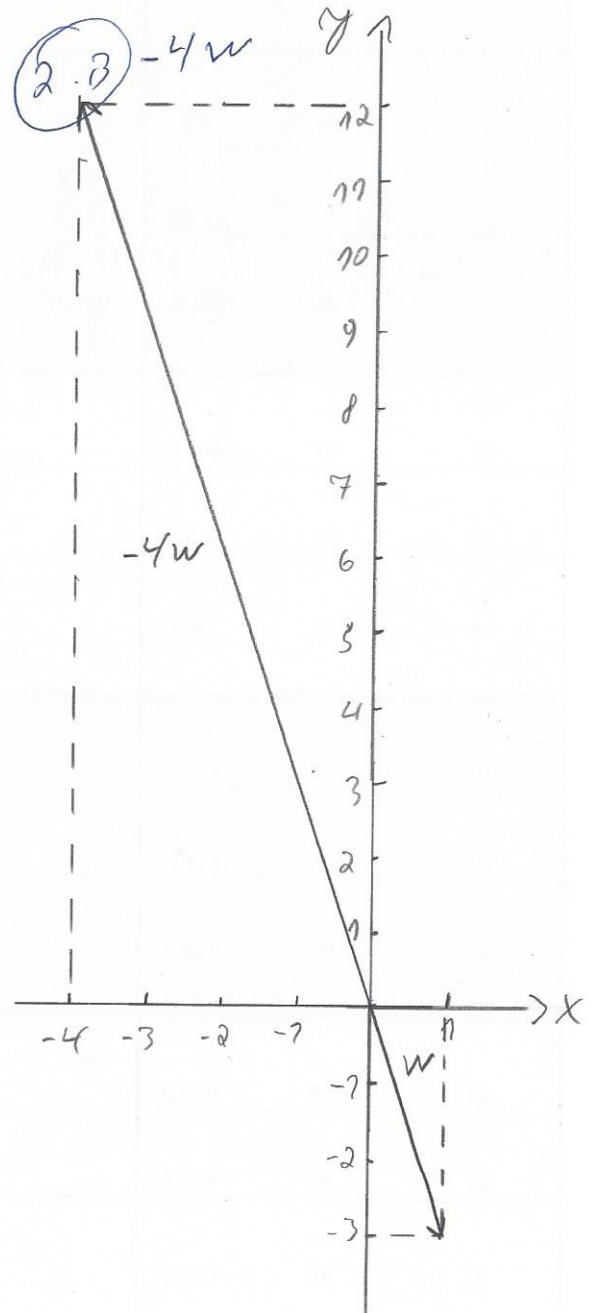
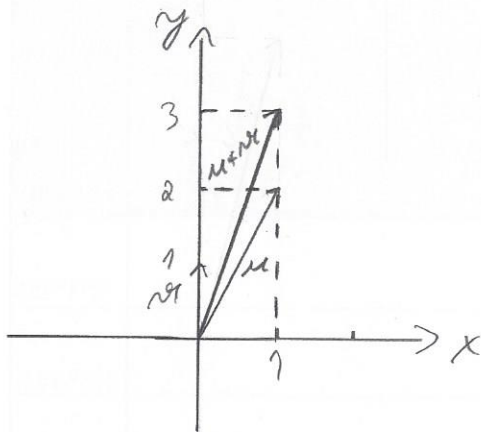
2013/1º

(3)

MEANSÃO IGUAL A 70° E, POR SUA VEZ, x TEM DIMENSÃO IGUAL A 70° . SENDO ASSIM, O VETOR $w + 2x$ NÃO ESTÁ DEFINIDO.

EXERCÍCIO 2:

(2.A) $u + v$



(2.C) $u + z$

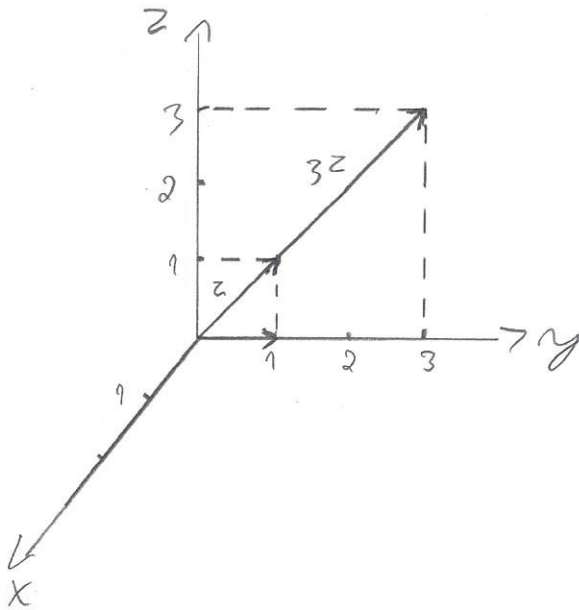
ESTE VETOR NÃO ESTÁ DEFINIDO.

LISTA II MATEMÁTICA I

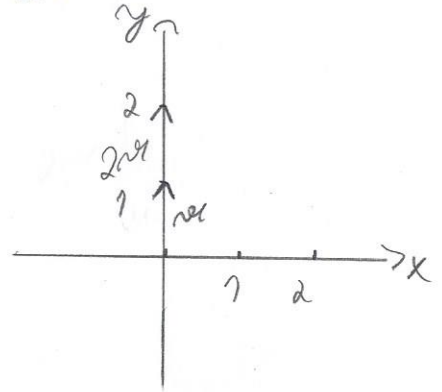
2013/12

(4)

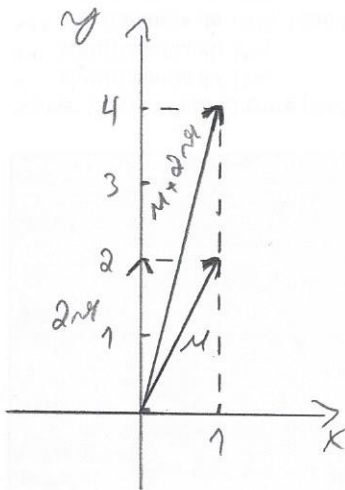
(2.7) $3z$



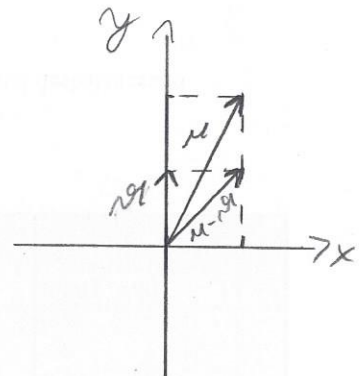
(2.8) $2w$



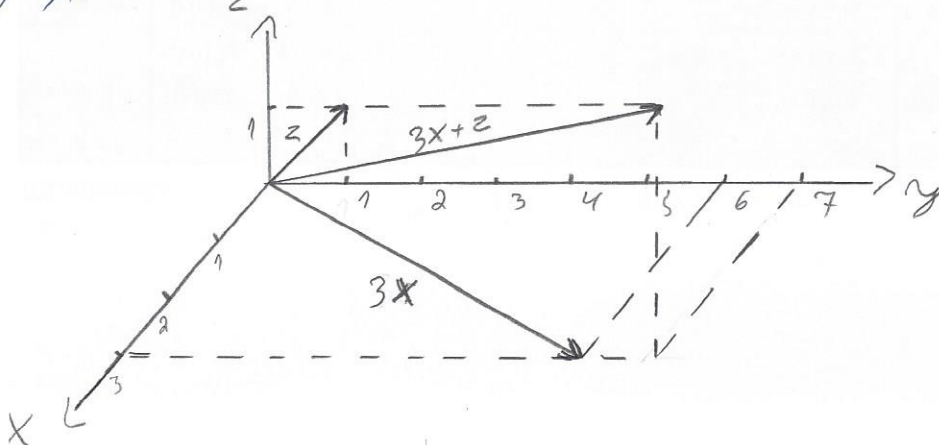
(2.9) $u + 2w$



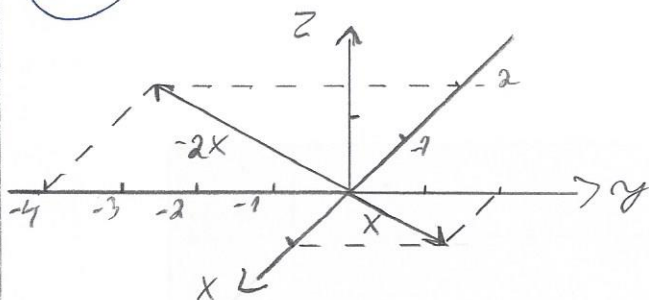
(2.10) $u - w$



(2.11) $3x + z$



2.I - 2X



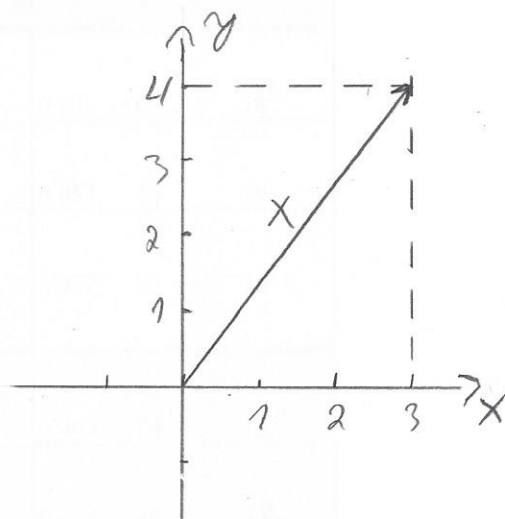
2.J $w + 2X$

ESTE VETOR NÃO ESTÁ DEFINIDO.

EXERCÍCIO 3:

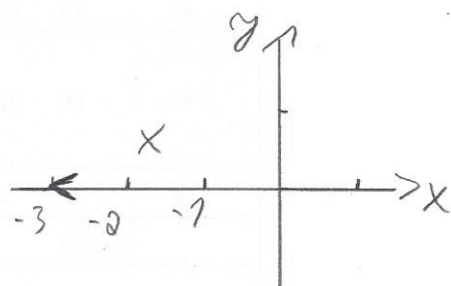
3.A $X = (3, 4)$

$$\begin{aligned} \|X\| &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{X'X} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}} \\ &= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{3(3) + 4(4)} \\ &= \sqrt{25} = \sqrt{9 + 16} \\ &= 5 = \sqrt{25} \\ &= 5 = 5 \end{aligned}$$



3.B $X = (0, -3)$

$$\begin{aligned} \|X\| &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{X'X} \\ &= \sqrt{0^2 + (-3)^2} = \sqrt{\begin{pmatrix} 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}} \\ &= \sqrt{0 + 9} = \sqrt{0(0) + (-3)(-3)} \\ &= \sqrt{9} = \sqrt{9} \\ &= 3 = 3 \end{aligned}$$

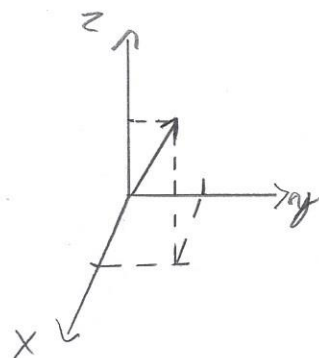


LISTA II MATEMÁTICA I
2013/1^o

6

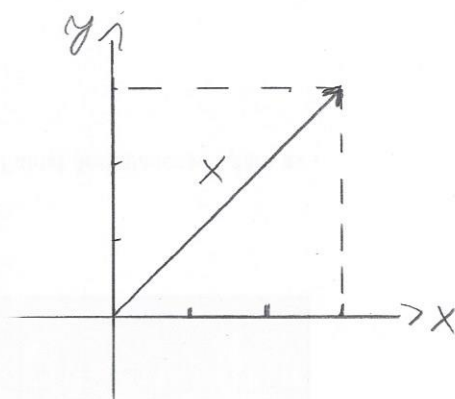
3.C) $x = (1, 1, 1)$

$$\begin{aligned} \|x\| &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = \sqrt{x'x} \\ &= \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}} \\ &= \sqrt{1+1+1} = \sqrt{1(1) + 1(1) + 1(1)} \\ &= \sqrt{3} = \sqrt{1+1+1} \\ &= \sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$



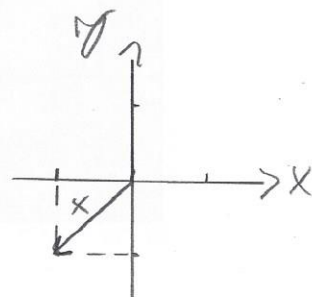
3.D) $x = (3, 3)$

$$\begin{aligned} \|x\| &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{x'x} \\ &= \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{\begin{pmatrix} 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}} \\ &= \sqrt{9+9} = \sqrt{3(3) + 3(3)} \\ &= \sqrt{18} = \sqrt{9+9} \\ &= \sqrt{18} = \sqrt{18} \end{aligned}$$



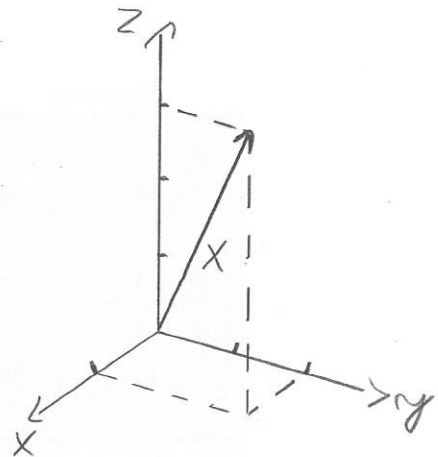
3.E) $x = (-1, -1)$

$$\begin{aligned} \|x\| &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{x'x} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{\begin{pmatrix} -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}} \\ &= \sqrt{1+1} = \sqrt{(-1)(-1) + (-1)(-1)} \\ &= \sqrt{2} = \sqrt{1+1} \\ &= \sqrt{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$



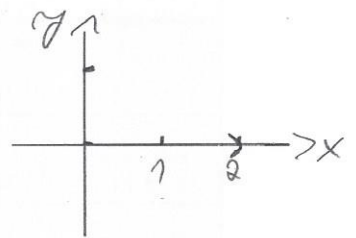
3.F) $X = (1, 2, 3)$

$$\begin{aligned} \|X\| &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = \sqrt{X'X} \\ &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{(1 \ 2 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}} \\ &= \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{1(1) + 2(2) + 3(3)} \\ &= \sqrt{14} = \sqrt{1 + 4 + 9} \\ &= \sqrt{14} = \sqrt{14} \end{aligned}$$



3.G) $X = (2, 0)$

$$\begin{aligned} \|X\| &= \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{X'X} \\ &= \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{(2 \ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}} \\ &= \sqrt{4 + 0} = \sqrt{2(2) + 0(0)} \\ &= \sqrt{4} = \sqrt{4 + 0} \\ &= 2 = \sqrt{4} \\ &= 2 = 2 \end{aligned}$$



EXERCÍCIO 4:

4.A) $u = (1, 0) \in M = (2, 2)$

$$\begin{aligned} u'M &= (1 \ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ &= 1(2) + 0(2) \\ &= 2 + 0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Como $u'M > 0$ implica que o ângulo entre os vetores u e M é agudo.

LISTA II MATEMÁTICA I

2013/10

8

$$\begin{aligned} \|u\| &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{1+0} \\ &= \sqrt{1} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|v\| &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= \sqrt{2(2^2)} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{u \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|} \\ &= \frac{2}{1(2\sqrt{2})} \\ &= \frac{2}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\theta = 45^\circ$$

4.13) $u = (4, 1)$ e $v = (2, -8)$

$$\begin{aligned} u \cdot v &= (4 \ 1) \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix} \\ &= 4(2) + 1(-8) \\ &= 8 - 8 \\ &= 0 \end{aligned}$$

COMO $u \cdot v = 0$ IMPLICA QUE O ÂNGULO ENTRE OS VETORES u E v É RETO.

$$\begin{aligned} \|u\| &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{16+1} \\ &= \sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|v\| &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \\ &= \sqrt{2^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{4+64} \\ &= \sqrt{68} \end{aligned}$$

LISTA II MATEMÁTICA I
2023/20

9

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{u'v}{\|u\| \cdot \|v\|} \\ &= \frac{0}{\sqrt{17}(\sqrt{68})} \\ &= \frac{0}{\sqrt{1156}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{0}{34} \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\theta = 90^\circ$$

4.C) $u = (1, 1, 0)$ e $v = (1, 2, 1)$

$$u'v = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= 1(1) + 1(2) + 0(1)$$

$$= 1 + 2 + 0$$

$$= 3$$

COMO $u'v > 0$ IMPLICA QUE O ÂNGULO ENTRE OS VETORES u E v É AGUDO

$$\begin{aligned}\|u\| &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{1 + 1 + 0} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\|v\| &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1 + 4 + 1} \\ &= \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{u'v}{\|u\| \cdot \|v\|} \\ &= \frac{3}{\sqrt{2}(\sqrt{6})} \\ &= \frac{3}{\sqrt{12}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{3}{\sqrt{3(2^2)}} \\ &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2(3)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \theta &= 30^\circ\end{aligned}$$

(4.7) $u = (1, -1, 0)$ e $v = (1, 2, 1)$

$$\begin{aligned} u \cdot v &= (1 \ -1 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= 1(1) + (-1)(2) + 0(1) \\ &= 1 - 2 + 0 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Como $u \cdot v < 0$ implica que o ângulo entre os vetores u e v é obtuso.

$$\begin{aligned} \|u\| &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \\ &= \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{1 + 1 + 0} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|v\| &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1 + 4 + 1} \\ &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{u \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|} \\ &= \frac{-1}{\sqrt{2}(\sqrt{6})} \\ &= \frac{-1}{\sqrt{3}(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{-1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{-\sqrt{3}}{2(3)} \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

$\theta = 106,8^\circ$

EXERCÍCIO 5:

(5.1) $w = (3, 4)$

$$\begin{aligned} \|w\| &= \sqrt{w_1^2 + w_2^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|w\| &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

LISTA II MATEMÁTICA I

2013/1º

17

COMO É SABIDO, A PARTIR DE UM VETOR NÃO UNITÁRIO $\vec{v}$ É POSSÍVEL CRIAR UM VETOR UNITÁRIO $\vec{u}$ QUE TENHA MESMA DIREÇÃO E SENTIDO DAQUELE APLICANDO A SEGUINTE OPERAÇÃO DE NORMALIZAÇÃO:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \frac{1}{\|\vec{v}\|} \vec{v} \\ &= \frac{1}{5} (3, 4) \\ &= \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right) \end{aligned}$$

Ex. 3 $\vec{v} = (6, 0)$

$$\begin{aligned} \|\vec{v}\| &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{36 + 0} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \end{aligned}$$

COMO É SABIDO, A PARTIR DE UM VETOR NÃO UNITÁRIO $\vec{v}$ É POSSÍVEL CRIAR UM VETOR UNITÁRIO $\vec{u}$ QUE TENHA MESMA DIREÇÃO E SENTIDO DAQUELE APLICANDO A SEGUINTE OPERAÇÃO DE NORMALIZAÇÃO:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \frac{1}{\|\vec{v}\|} \vec{v} \\ &= \frac{1}{6} (6, 0) \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \vec{u} &= \left(\frac{6}{6}, \frac{0}{6} \right) \\ &= (1, 0) \end{aligned}$$

5.6) $\mathcal{M} = (1, 1, 1)$

$$\begin{aligned} \|\mathcal{M}\| &= \sqrt{\mathcal{M}_1^2 + \mathcal{M}_2^2 + \mathcal{M}_3^2} \\ &= \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1+1+1} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

COMO É SABIDO, A PARTIR DE UM VETOR NÃO UNITÁRIO $\mathcal{M}$ É POSSÍVEL CRIAR UM VETOR UNITÁRIO $\mathcal{M}$ QUE TENHA MESMA DIREÇÃO E SENTIDO DAQUELE APLICANDO A SEGUINTE OPERAÇÃO DE NORMALIZAÇÃO:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{1}{\|\mathcal{M}\|} \mathcal{M} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (1, 1, 1) \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \end{aligned}$$

5.7) $\mathcal{M} = (-1, 2, -3)$

$$\begin{aligned} \|\mathcal{M}\| &= \sqrt{\mathcal{M}_1^2 + \mathcal{M}_2^2 + \mathcal{M}_3^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{1+4+9} \\ &= \sqrt{14} \end{aligned}$$

COMO É SABIDO, A PARTIR DE UM VETOR NÃO UNITÁRIO $\mathcal{M}$ É POSSÍVEL CRIAR UM VETOR UNITÁRIO $\mathcal{M}$ QUE TENHA MESMA DIREÇÃO E SENTIDO DAQUELE APLICANDO A SEGUINTE OPERAÇÃO DE NORMALIZAÇÃO:

$$\mu = \frac{1}{\|v\|} v$$

$$= \frac{1}{\sqrt{14}} (-1, 2, -3)$$

$$= \left(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}} \right)$$

EXERCÍCIO 6:

$$(6.A) \|u - v\|^2 = \|u\|^2 - 2u'v + \|v\|^2$$

$$\|u - v\| = \sqrt{(u - v)'(u - v)}$$

ENTÃO,

$$\|u - v\|^2 = (\sqrt{(u - v)'(u - v)})^2$$

$$= (u - v)'(u - v)$$

$$= u'u - u'v - v'u + v'v$$

$$= u'u - 2u'v + v'v$$

MAS,

$$\|u\| = \sqrt{u'u} \quad \text{E} \quad \|v\| = \sqrt{v'v}$$

LOGO,

$$\begin{aligned} \|u\|^2 &= (\sqrt{u'u})^2 \quad \text{E} \quad \|v\|^2 = (\sqrt{v'v})^2 \\ &= u'u \quad \quad \quad = v'v \end{aligned}$$

SEMDO ASSIM,

$$\|u - v\|^2 = \|u\|^2 - 2u'v + \|v\|^2$$

2013/10

14

6.B) $\|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2$

$$\|u+v\| = \sqrt{(u+v)'(u+v)} \quad \text{e} \quad \|u-v\| = \sqrt{(u-v)'(u-v)}$$

ENTÃO,

$$\begin{aligned} \|u+v\|^2 &= (\sqrt{(u+v)'(u+v)})^2 \quad \text{e} \quad \|u-v\|^2 = (\sqrt{(u-v)'(u-v)})^2 \\ &= (u+v)'(u+v) &= (u-v)'(u-v) \\ &= u'u + u'v + v'u + v'v &= u'u - u'v - v'u + v'v \\ &= u'u + 2u'v + v'v &= u'u - 2u'v + v'v \end{aligned}$$

MAS,

$$\|u\| = \sqrt{u'u} \quad \text{e} \quad \|v\| = \sqrt{v'v}$$

LOGO,

$$\begin{aligned} \|u\|^2 &= (\sqrt{u'u})^2 \quad \text{e} \quad \|v\|^2 = (\sqrt{v'v})^2 \\ &= u'u &= v'v \end{aligned}$$

SEMPRE ASSIM,

$$\|u+v\|^2 = \|u\|^2 + 2u'v + \|v\|^2 \quad \text{e} \quad \|u-v\|^2 = \|u\|^2 - 2u'v + \|v\|^2$$

POR ISSO,

$$\begin{aligned} \|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 &= \|u\|^2 + 2u'v + \|v\|^2 + \|u\|^2 - 2u'v + \|v\|^2 \\ &= 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2 \end{aligned}$$

6.C) $u'v = \frac{1}{4} \|u+v\|^2 - \frac{1}{4} \|u-v\|^2$

SEMPRE,

$$\|u+v\|^2 = \|u\|^2 + 2u'v + \|v\|^2 \quad \text{e} \quad \|u-v\|^2 = \|u\|^2 - 2u'v + \|v\|^2$$

ENTÃO,

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \|u+v\|^2 - \frac{1}{4} \|u-v\|^2 &= \frac{1}{4} (\|u\|^2 + 2u'v + \|v\|^2) - \frac{1}{4} (\|u\|^2 - 2u'v + \|v\|^2) \\ &= \frac{\cancel{\|u\|^2}}{4} + \frac{1}{2} u'v + \frac{\cancel{\|v\|^2}}{4} - \frac{\cancel{\|u\|^2}}{4} + \frac{1}{2} u'v - \frac{\cancel{\|v\|^2}}{4} \\ &= \frac{1}{2} u'v + \frac{1}{2} u'v \\ &= u'v \end{aligned}$$

EXERCÍCIO 7:

7.1) $u = (1, 0, 1) \in M = (1, 1, 1)$

$$u \wedge v = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= e_1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - e_2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + e_3 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= e_1 [0(1) - 1(1)] - e_2 [1(1) - 1(1)] + e_3 [1(1) - 0(1)]$$

$$= e_1 (0 - 1) - e_2 (1 - 1) + e_3 (1 - 0)$$

$$= e_1 (-1) - e_2 (0) + e_3 (1)$$

$$= (-1, 0, 0) - (0, 0, 0) + (0, 0, 1)$$

$$= (-1, 0, 0) - (0, 0, 0) + (0, 0, 1)$$

$$= (-1, 0, 1)$$

2013/17^o

Logo,

$$m_1 - \frac{1}{3} m_3 = 0$$

$$m_1 = \frac{1}{3} m_3$$

$$m_2 - \frac{2}{3} m_3 = 0$$

$$m_2 = \frac{2}{3} m_3$$

$$m_3 = m_3$$

$$m_3 = m_3$$

$$\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix} m_3$$

FAZENDO $m_3 = 1$ OBTÉM-SE:

$$\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ENTÃO,

$$m_1 = \frac{1}{3}, m_2 = \frac{2}{3} \text{ e } m_3 = 1$$

$m\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right) \geq$ VETOR NORMAL

FINALMENTE, UTILIZA-SE m E p PARA ESCREVER A EQUAÇÃO NÃO-PARAMÉTRICA.

$$\frac{1}{3}(x-0) + \frac{2}{3}(y-3) + 1(z-2) = 0$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y - 2 + z - 2 = 0$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y + z - 4 = 0$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y + z = 4$$

$$\underline{x + 2y + 3z = 12}$$

$\rightarrow x + 2y + 3z = 12 \Rightarrow$ EQUAÇÃO

NÃO-PARAMÉTRICA

PONTO B:

 $x = 3$ ENTÃO:

$$x = 4 - 3x$$

$$= 4 - 3(3)$$

$$= 4 - 9$$

$$= -5$$

$$y = 2 + x$$

$$= 2 + 3$$

$$= 5$$

$$z = 6 + 3x$$

$$= 6 + 3(3)$$

$$= 6 + 9$$

$$= 15$$

$$B = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix}$$

SENDO ASSIM, FAZENDO A DIFERENÇA ENTRE OS PONTOS A E B TEM-SE:

$$A - B = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 15 \\ -5 \\ -19 \end{pmatrix}$$

ENTÃO,

$$m_1 = 15, m_2 = -5 \text{ e } m_3 = -19$$

$$m(15, -5, -19)$$

FINALMENTE, UTILIZA-SE m E p PARA ESCREVER A EQUAÇÃO NÃO-PARAMÉTRICA.

$$15(x-1) + (-5)(y-1) + (-19)(z-(-1)) = 0$$

$$15x - 15 - 5y + 5 - 19(z+1) = 0$$

$$15x - 5y - 10 - 19z - 19 = 0$$

$$15x - 5y - 19z - 29 = 0$$

2013/14^o

(26)

$$15x - 5y - 25z = 33 \quad \left(\times \frac{2}{5} \right)$$

$$3x - y - 5z = 7$$

EXERCÍCIO 11:

$$x + y - z = 4 \quad \text{e} \quad x + 2y + z = 3$$

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A | B]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 4 \\ 1 & 2 & 1 & | & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_2 - L_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 4 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_1 - L_2} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & | & 5 \\ 0 & 1 & 2 & | & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x - 3z = 5 \\ y + 2z = -1 \end{cases}$$

$$x - 3z = 5$$

$$y + 2z = -1$$

$$z = \frac{x-5}{-3} = \frac{z+1}{-2}$$

$$x - 5 = 3z$$

$$y + 1 = -2z$$

$$3z = x - 5$$

$$-2z = y + 1$$

$$z = \frac{x-5}{3}$$

$$z = \frac{y+1}{-2}$$

EXERCÍCIO 12:

12.A $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
 $\mathcal{M}_1$ $\mathcal{M}_2$

$\kappa_1 = \kappa_2 = 0$ é a condição para que o par de vetores seja LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$$\kappa_1 \mathcal{M}_1 + \kappa_2 \mathcal{M}_2 = 0$$

$$\kappa_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \kappa_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2\kappa_1 + \kappa_2 = 0 \\ \kappa_1 + 2\kappa_2 = 0 \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A | B]$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 & | & 0 \\ 1 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & | & 0 \\ 2 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_2 - 2L_1} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & -3 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow -\frac{1}{3}L_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_1 - 2L_2} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

2023/19

SENDO ASSIM,

$$c_1 = 0 \text{ e } c_2 = 0 \Rightarrow c_1 = c_2 = 0$$

LOGO, OS VETORES v_1 E v_2 SÃO LINEARMENTE INDEPENDENTES.

12.13 $(2, 1)$ $(-4, -2)$
 v_1 v_2

$c_1 = c_2 = 0$ É, CONDIÇÃO PARA QUE O PAR DE VETORES SEJA LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$$c_1 v_1 + c_2 v_2 = 0$$

$$c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2c_1 - 4c_2 = 0 \\ c_1 - 2c_2 = 0 \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = [A | B]$$

$$= \left[\begin{array}{cc|c} 2 & -4 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_2 - 2L_1} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$c_1 - 2c_2 = 0 \text{ e } c_2 = c_2$$

SENDO ASSIM, A CONDIÇÃO $c_1 = c_2 = 0$ NÃO FOI SATISFEITA E, PORTANTO, ESSES VETORES SÃO LINEARMENTE DEPENDENTE.

12.6 $(1, 1, 0)$ $(0, 1, 1)$
 $\mathcal{M}_1$ $\mathcal{M}_2$

$\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ é, condição para que o par de vetores seja linearmente independente.

$$\lambda_1 \mathcal{M}_1 + \lambda_2 \mathcal{M}_2 = 0$$

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

Uma vez que $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ implica que o par de vetores é linearmente independente.

12.7 $(1, 1, 0)$ $(0, 1, 1)$ $(1, 0, 1)$
 $\mathcal{M}_1$ $\mathcal{M}_2$ $\mathcal{M}_3$

$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ é, condição para que o terço de vetores seja linearmente independente.

$$\lambda_1 \mathcal{M}_1 + \lambda_2 \mathcal{M}_2 + \lambda_3 \mathcal{M}_3 = 0$$

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2013/17-0

$$\begin{cases} \kappa_1 + \kappa_3 = 0 \\ \kappa_1 + \kappa_2 = 0 \\ \kappa_2 + \kappa_3 = 0 \end{cases}$$

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A | B]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 0 \\ 1 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_2 - L_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \leftrightarrow L_3 - L_2} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 2 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \leftrightarrow \frac{1}{2} L_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} L_1 \leftrightarrow L_1 - L_3 \\ L_2 \leftrightarrow L_2 + L_3 \end{matrix}} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

SEMDO ASSIM,

$$\kappa_1 = 0, \kappa_2 = 0 \text{ E } \kappa_3 = 0 \Rightarrow \kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 0$$

LOGO, OS VETORES $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ E $\mathcal{M}_3$ SÃO LINEARMENTE INDEPENDENTE.

EXERCÍCIO 13:

SUPONHA OS VETORES ARBITRÁRIOS:

$$v_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ a_{21} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, v_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

PORÉM, A CONDIÇÃO PARA QUE UM CONJUNTO DE VETORES QUALQUER SEJA LINEARMENTE INDEPENDENTE É DADA POR:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = 0$$

SENDO ASSIM,

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$$

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ a_{21} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \lambda_m \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 a_{11} \\ \lambda_2 a_{21} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

LOGO, NÃO SE DEFINE O VALOR DE λ_m E, PORTANTO, A CONDIÇÃO $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = 0$ NÃO É SATISFEITA. SENDO ASSIM, QUALQUER AGROPAMENTO DE VETORES QUE INCLUA O VETOR NULO SERÁ LINEARMENTE DEPENDENTE.

EXERCÍCIO 14:

$$\begin{array}{ccc} (2, 2) & (1, 2) & (1, 4) \\ b & M_1 & M_2 \end{array}$$

$$x_1 M_1 + x_2 M_2 = b$$

$$x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 = 2 \end{cases}$$

$$A x = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A | b]$$

$$= \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \end{array} \right] \xrightarrow{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{array} \right] \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow \frac{1}{2} L_2} \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{L_1 \leftarrow L_1 - L_2} \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{array} \right]$$

Logo,

$$x_1 = 3 \text{ e } x_2 = -1$$

SENDO ASSIM,

$$3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

EXERCÍCIO 15:

$$\begin{matrix} (1, 2, 3) & (1, 1, 0) & (1, 0, 1) & (0, 1, 1) \\ b & \mathcal{M}_1 & \mathcal{M}_2 & \mathcal{M}_3 \end{matrix}$$

$$\lambda_1 \mathcal{M}_1 + \lambda_2 \mathcal{M}_2 + \lambda_3 \mathcal{M}_3 = b$$

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \\ \lambda_1 + \lambda_3 = 2 \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 3 \end{cases}$$

$$A\lambda = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A | b]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 \\ 1 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 1 & 1 & | & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 3 \\ 1 & 0 & 1 & | & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \leftrightarrow L_3 - L_2} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 1 & | & 3 \\ 0 & -1 & 1 & | & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} L_1 \leftrightarrow L_1 - L_2 \\ L_3 \leftrightarrow L_3 + L_2 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & | & -2 \\ 0 & 1 & 1 & | & 3 \\ 0 & 0 & 2 & | & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_3 \leftrightarrow \frac{1}{2} L_3} \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftrightarrow L_1 + L_3 \\ L_2 \leftrightarrow L_2 - L_3 \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

Logo,

$$L_1 = 0, L_2 = 1 \text{ e } L_3 = 2$$

sendo assim,

$$0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

EXERCÍCIO 16:

16.A $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $M_1 \quad M_2$

Como é sabido, uma base de $\mathbb{R}^n$ deve ter exatamente n vetores. Sendo assim, este par de vetores não forma uma base para $\mathbb{R}^3$.

16.B $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $M_1 \quad M_2 \quad M_3$

Para que esse termo de vetores forme uma base para $\mathbb{R}^3$ é necessário que seja linearmente independente.

$L_1 = L_2 = L_3 = 0$ e, condição para que o termo de vetores seja linearmente independente

$$\lambda_1 \mathcal{A}_1 + \lambda_2 \mathcal{A}_2 + \lambda_3 \mathcal{A}_3 = 0$$

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + 4\lambda_2 = 0 \\ 2\lambda_1 + 5\lambda_2 + 8\lambda_3 = 0 \\ 3\lambda_1 + 12\lambda_2 = 0 \end{cases}$$

$$Ax = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 12 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A|B]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & | & 0 \\ 2 & 5 & 8 & | & 0 \\ 3 & 12 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftrightarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftrightarrow L_3 - 3L_1 \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & | & 0 \\ 0 & -3 & 8 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftrightarrow -\frac{1}{3}L_2 \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{8}{3} & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \leftrightarrow L_1 - 4L_2 \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{32}{3} & | & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{8}{3} & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

ENTÃO,

$$\begin{cases} \lambda_1 + \frac{32}{3}\lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 - \frac{8}{3}\lambda_3 = 0 \end{cases}$$

2013/10

UMA VEZ QUE A CONDIÇÃO $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 0$ NÃO FOI SATISFEITA IMPLICA QUE O TERMO DE VETORES É LINEARMENTE DEPENDENTE E, SENDO ASSIM, NÃO FORMAM UMA BASE PARA $\mathbb{R}^3$.

16.C $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ PARA QUE ESSE TERMO FORME UMA BASE PARA $\mathbb{R}^3$ É NECESSÁRIO QUE SEJA LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$\mathcal{M}_1 \quad \mathcal{M}_2 \quad \mathcal{M}_3$

$\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 0$ É CONDIÇÃO PARA QUE O TERMO DE VETORES SEJA LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$$\kappa_1 \mathcal{M}_1 + \kappa_2 \mathcal{M}_2 + \kappa_3 \mathcal{M}_3 = 0$$

$$\kappa_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \kappa_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \kappa_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3 = 0 \\ \kappa_1 + 2\kappa_2 = 0 \\ \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3 = 0 \end{cases}$$

$$A\kappa = B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A \mid B]$$

$$|\tilde{A}| = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_2 \leftrightarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftrightarrow L_3 - L_1 \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftrightarrow L_1 - L_2 \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

ENTÃO,

$$\begin{cases} \kappa_1 + 2\kappa_3 = 0 \\ \kappa_2 - \kappa_3 = 0 \end{cases}$$

UMA VEZ QUE A CONDIÇÃO $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 0$ NÃO FOI SATISFEITA IMPLICA QUE O TERMO DE VETORES É LINEARMENTE DEPENDENTE E, SENDO ASSIM, NÃO FORMAM UMA BASE PARA $\mathbb{R}^3$.

16.9

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\mathcal{M}_1 \quad \mathcal{M}_2 \quad \mathcal{M}_3$

PARA QUE ESSE TERMO DE VETORES FORME UMA BASE PARA $\mathbb{R}^3$ É NECESSÁRIO QUE SEJA LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 0$ é a CONDIÇÃO PARA QUE O TERMO DE VETORES SEJA LINEARMENTE INDEPENDENTE.

$$\kappa_1 \mathcal{M}_1 + \kappa_2 \mathcal{M}_2 + \kappa_3 \mathcal{M}_3 = 0$$

$$\kappa_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \kappa_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \kappa_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right] \xrightarrow{R_2 + R_1} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{array} \right] \xrightarrow{R_4 - R_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \\ & \xrightarrow{R_1 + 2R_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 - 3R_4} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{aligned}$$

UMA VEZ QUE $P(A) = P(\tilde{A}) = 3$ IMPLICA QUE O SISTEMA É POSSÍVEL E, COMO A NULIDADE É IGUAL A UM ($\text{null} = m_A - P(A) = 4 - 3 = 1$), IMPLICA QUE O SISTEMA É INDETERMINADO - COM UMA VARIÁVEL LIVRE. SENDO ASSIM, O SISTEMA LINEAR É POSSÍVEL E INDETERMINADO, ISTO É, POSSUI SOLUÇÃO E ESSA NÃO É ÚNICA, OU SEJA, POSSUI INFINITAS SOLUÇÕES. ENTÃO, O VETOR $(2, -3, 2, 2) \in [x_1, x_2, x_3, x_4]$.

~ SIMAN E BLUME (PAGE 237)

(17.3)

TENDO EM VISTA A EFICIÊNCIA, OBJETIVA-SE ENCONTRAR O MENOR SUBCONJUNTO POSSÍVEL QUE GERA n . CONTUDO, ESTE É PRECISAMENTE O PAPEL DO CONCEITO DE INDEPENDÊNCIA LINEAR. LOGO, O QUE SE DEVE FAZER É REDUZIR $[v_1, v_2, v_3, v_4]$ AO MENOR SUBCONJUNTO LINEARMENTE INDEPENDENTE POSSÍVEL.

$$x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4 = 0$$

SEMO ASSIM, A BASE PARA $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ É COMPOSTA
DOS VETORES $(1, 0, -2, 1)$; $(0, 1, 1, 0)$ E $(0, 0, 0, 1)$ CUJA DIMEN-
SÃO É IGUAL A TRÊS.

17.C) PELA LETRA ANTERIOR FICA PROVADO QUE OS QUATRO
VETORES $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ NÃO FORMAM UMA BASE PARA
O $\mathbb{R}^4$, MAS SIM PARA O $\mathbb{R}^3$.

EXERCÍCIO 18:

7.8) $\mu = (1, -1, 2) \in \mathcal{M} = (0, 5, -3)$

$$\mu \wedge \mathcal{M} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= e_1 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} - e_2 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} + e_3 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= e_1 [(-1)(-3) - 2(5)] - e_2 [1(-3) - 2(0)] + e_3 [1(5) - (-1)(0)]$$

$$= e_1 (3 - 10) - e_2 (-3 + 0) + e_3 (5 + 0)$$

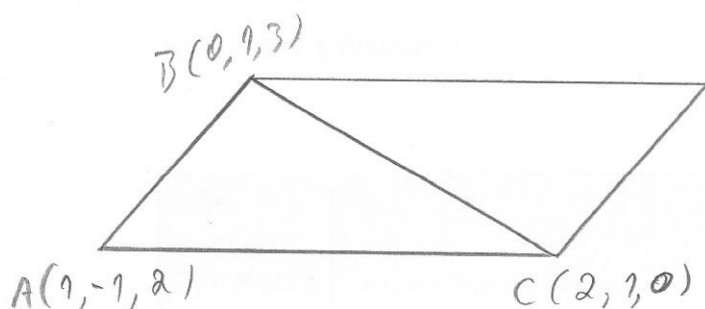
$$= e_1 (-7) - e_2 (-3) + e_3 (5)$$

$$= (1, 0, 0)(-7) - (0, 1, 0)(-3) + (0, 0, 1)(5)$$

$$= (-7, 0, 0) - (0, -3, 0) + (0, 0, 5)$$

$$= (-7, 3, 5)$$

EXERCÍCIO 8:



$$\vec{AB} = B - A$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = C - A$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= e_1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} - e_2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + e_3 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= e_1 [2(-2) - 1(2)] - e_2 [(-1)(-2) - 1(1)] + e_3 [(-1)(2) - 2(1)]$$

$$= e_1 (-4 - 2) - e_2 (2 - 1) + e_3 (-2 - 2)$$

$$= e_1 (-6) - e_2 (1) + e_3 (-4)$$

$$= (1, 0, 0)(-6) - (0, 1, 0)(1) + (0, 0, 1)(-4)$$

$$= (-6, 0, 0) - (0, 1, 0) + (0, 0, -4)$$

$$= (-6, -1, -4)$$

$$\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 1 + 16}$$

$$= \sqrt{53}$$

$$= 7,28011$$

CONTUDO, O VALOR DA $\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|$ CORRESPONDE A ÁREA DO PARALELOGRAMA E, SENDO ASSIM, MULTIPLICA-SE ESSE RESULTADO POR $\frac{1}{2}$ PARA OBTEN A ÁREA DO TRIÂNGULO.

$$A_T = \frac{1}{2} (7,28011) = 3,640055$$

EXERCÍCIO 9:

9.A $(6, 0, 0)$ $(0, -6, 0)$ $(0, 0, 3)$
 p q r

CALCULANDO A EQUAÇÃO
PARAMÉTRICA

$$\begin{aligned} x(\alpha, t) &= p + (q-p)\alpha + (r-p)t \\ &= p + q\alpha - p\alpha + r t - p t \\ &= p - p\alpha - p t + q\alpha + r t \\ &= (1-\alpha-t)p + q\alpha + r t \\ &= (1-\alpha-t)(6, 0, 0) + (0, -6, 0)\alpha + (0, 0, 3)t \\ &= (6-6\alpha-6t+0\alpha+0t, 0(1-\alpha-t)-6\alpha+0t, 0(1-\alpha-t)+0\alpha+3t) \\ &= (6-6\alpha-6t+0+0, 0-6\alpha+0, 0+0+3t) \\ &= (6-6\alpha-6t, -6\alpha, 3t) \end{aligned}$$

z, EQUAÇÃO PARAMÉTRICA

CALCULANDO A EQUAÇÃO NÃO-PARAMÉTRICA

$n \equiv q - p$

$\equiv \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\equiv \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$

$m \equiv r - p$

$\equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

AGORA CALCULA-SE UMA NORMAL $n(m_1, m_2, m_3)$ PERPENDI-
CULAR AO PLANO:

$$m \cdot M = (m_1 \ m_2 \ m_3) \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$= -6m_1 - 6m_2 + 0m_3 = 0$$

$$= -6m_1 - 6m_2 = 0$$

$$m \cdot M = (m_1 \ m_2 \ m_3) \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$$

$$= 0m_1 + 6m_2 + 3m_3 = 0$$

$$= 6m_2 + 3m_3 = 0$$

$$\begin{cases} -6m_1 - 6m_2 = 0 \\ 6m_2 + 3m_3 = 0 \end{cases}$$

$$A X = B$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow -\frac{1}{6}L_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow \frac{1}{6}L_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_1 - L_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

LISTA II MATEMÁTICA I
2023/1^o

20

LOGO,

$$m_1 - \frac{1}{2} m_3 = 0$$

$$m_1 = \frac{1}{2} m_3$$

$$m_2 + \frac{1}{2} m_3 = 0$$

$$m_2 = -\frac{1}{2} m_3$$

$$m_3 = m_3$$

$$m_3 = m_3$$

$$\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} m_3$$

FAZENDO $m_3 = 1$ OBTÉM-SE

$$\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ENTÃO,

$$m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = -\frac{1}{2} \text{ e } m_3 = 1$$

$$n \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1 \right) \text{ } \rightarrow \text{ VETOR NORMAL}$$

FINALMENTE, UTILIZA-SE m E p PARA ESCREVER A EQUAÇÃO NÃO-PARAMÉTRICA.

$$\frac{1}{2}(x-6) - \frac{1}{2}(y-0) + 1(z-0) = 0$$

$$\frac{1}{2}x - 3 - \frac{1}{2}y + z = 0$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + z = 3$$

$$\underline{x - y + 2z = 6}$$

2

$$x - y + 2z = 6 \text{ } \rightarrow \text{ EQUAÇÃO NÃO-PARAMÉTRICA}$$

9.3 $(0, 3, 2)$ $(3, 3, 1)$ $(2, 5, 0)$
 p q r

CALCULANDO A EQUAÇÃO PARAMÉTRICA

$$\begin{aligned} x(r, t) &= p + (q-p)r + (r-p)t \\ &= p + qr - pr + rt - pt \\ &= p - pr - pt + qr + rt \\ &= (1-r-t)p + qr + rt \\ &= (1-r-t)(0, 3, 2) + (3, 3, 1)r + (2, 5, 0)t \\ &= [0(1-r-t) + 3r + 2t, 3(1-r-t) + 3r + 5t, 2(1-r-t) + (1)r + (0)t] \\ &= (0 + 3r + 2t, 3 - 3r - 3t + 3r + 5t, 2 - 2r - 2t + r + 0) \\ &= (3r + 2t, 3 + 2t, 2 - r - 2t) \quad \text{EQUAÇÃO PARAMÉTRICA} \end{aligned}$$

CALCULANDO A EQUAÇÃO NÃO-PARAMÉTRICA

$u = q - p$

$= \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$u = r - p$

$= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

AGORA CALCULA-SE UMA NORMAL $n(n_1, n_2, n_3)$ PERPENDICULAR AO PLANO:

LISTA II MATEMÁTICA I

2023/11-0

22

$$m \cdot \mathcal{A} = (m_1 \ m_2 \ m_3) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$= 3m_1 + 0m_2 + (-1)m_3 = 0$$

$$= 3m_1 - m_3 = 0$$

$$m \cdot \mathcal{A} = (m_1 \ m_2 \ m_3) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$= 2m_1 + 2m_2 - 2m_3 = 0$$

$$\begin{cases} 3m_1 - m_3 = 0 \\ 2m_1 + 2m_2 - 2m_3 = 0 \end{cases}$$

$$AX = 0$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow \frac{1}{2} L_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_2 - 3L_1} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow -\frac{1}{3} L_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2/3 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_1 - L_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1/3 \\ 0 & 1 & -2/3 \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIO 10:

10.A $(1, 2, 3)$ $(1, -1, 0)$
 P M

$$1(x-1) + (-1)(y-2) + 0(z-3) = 0$$

$$x-1-y+2+0=0$$

$$x-y+1=0$$

$$x-y=-1 \quad z, \text{ EQUAÇÃO NÃO-PARAMÉTRICA}$$

10.B $(1, 1, -1)$ $(4-3t, 2+t, 6+5t)$
 P $RETA$

RETA:

$$x = 4-3t$$

$$y = 2+t$$

$$z = 6+5t$$

ENCONTRANDO DOIS PONTOS NA RETA E FAZENDO-SE A DIFERENÇA ENTRE AMBOS OBTÉM-SE O VETOR NORMAL $m(m_1, m_2, m_3)$ PERPENDICULAR AO PLANO.

PONTO A:

$$t = -2 \quad \text{ENTÃO:}$$

$$\begin{aligned} x &= 4-3t \\ &= 4-3(-2) \\ &= 4+6 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2+t \\ &= 2-2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= 6+5t \\ &= 6+5(-2) \\ &= 6-10 \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$A = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

$$Ae = B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\tilde{A}| = [A | B]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 0 \\ 1 & 2 & 0 & | & 0 \\ 1 & 1 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftrightarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftrightarrow L_3 - L_1 \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \leftrightarrow L_1 - L_2 \\ \sim \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_3 \leftrightarrow (-1)L_3 \\ \sim \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & | & 0 \\ 0 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \leftrightarrow L_1 - 2L_3 \\ L_2 \leftrightarrow L_2 + L_3 \\ \sim \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \end{bmatrix}$$

ENTÃO,

$$x_1 = 0, x_2 = 0 \text{ e } x_3 = 0$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0$$

UMA VEZ QUE A CONDIÇÃO $r_1 = r_2 = r_3 = 0$ FOI SATISFEITA IMPLICA QUE O TERMO DE VETORES É LINEARMENTE INDEPENDENTE E, SENDO ASSIM, FORMAM UMA BASE PARA $\mathbb{R}^3$.

16. E

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ E } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\mathcal{M}_1 \quad \mathcal{M}_2 \quad \mathcal{M}_3 \quad \mathcal{M}_4$

COMO É SABIDO, UMA BASE DE $\mathbb{R}^n$ DEVE TER EXATAMENTE n VETORES. SENDO ASSIM, ESTES QUATRO VETORES NÃO FORMAM UMA BASE PARA $\mathbb{R}^3$.

EXERCÍCIO 17:

17. A

$$[\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3, \mathcal{M}_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

PARA SABERMOS SE O VETOR $(2, -3, 2, 2)$ É $[\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3, \mathcal{M}_4]$ É PRECISO SABER SE ESSE É UMA COMBINAÇÃO LINEAR DOS DEMAIS. SENDO ASSIM:

$$AX = B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

2013/14

47

$$c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} c_1 - 2c_3 + c_4 = 0 \\ -c_1 + 2c_3 = 0 \\ c_2 + c_3 = 0 \\ c_2 + c_3 = 0 \end{cases}$$

$$AX = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 + R_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 - R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftarrow R_1 - R_4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$