

EXERCÍCIO 1:

1.A) $x^2 + 2xy + y^2$

$$Q(x, y) = x^2 + xy + yx + y^2$$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

1.B) $ax^2 + bxy + cy^2$

$$Q(x, y) = ax^2 + \frac{1}{2}bxy + \frac{1}{2}byx + cy^2$$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & \frac{1}{2}b \\ \frac{1}{2}b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

1.C) $3x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + x_2^2 + 3x_3^2$

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 - x_1x_2 - x_2x_1 + 1,5x_1x_3 + 1,5x_3x_1 + x_2^2 + 3x_3^2$$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1,5 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1,5 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIO 2:

2.A) $Q(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = D_1 = |1| = 1 > 0$$

$$\Delta_2 = D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{vmatrix}$$

1. A

$$= (1)(8) - (0)(0)$$

$$= 8 - 0$$

$$= 8 > 0$$

UMA VEZ QUE D_1 E D_2 SÃO POSITIVOS, ISTO É, MAIOR QUE ZERO, IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA INDETERMINADA É DEFINIDA POSITIVA, ENTÃO, O SINAL DE Q É POSITIVO

$$(2.3) Q(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 2x_2x_3 + 4x_3^2$$

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + x_1x_3 + x_3x_1 + 2x_2^2 + x_2x_3 + x_3x_2 + 4x_3^2$$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = D_1 = |5| = 5 > 0$$

$$\Delta_2 = D_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (5)(2) - (0)(0)$$

$$= 10 - 0$$

$$= 10 > 0$$

$$\Delta_3 = D_3 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (5) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + (1) \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}\Delta_3 = D_3 &= (5)[(2)(4) - (1)(1)] + (1)[(0)(1) - (2)(1)] \\ &= (5)(8 - 1) + (1)(0 - 2) \\ &= (5)(7) + (1)(-2) \\ &= 35 - 2 \\ &= 33 > 0\end{aligned}$$

UMA VEZ QUE D_1 , D_2 E D_3 SÃO POSITIVOS, ISTO É, MAIOR QUE ZERO, IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA INDEFINIDA É DEFINIDA POSITIVA, ENTÃO, O SINAL DE Q É POSITIVO.

2.C $Q = -(x_1 - x_2)^2$

$$\begin{aligned}Q(x_1, x_2) &= -(x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2) \\ &= -x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 \\ &= -x_1^2 + x_1x_2 + x_2x_1 - x_2^2\end{aligned}$$

$$X'AX = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = D_1 = |-1| = -1 < 0$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 = D_2 &= \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= (-1)(-1) - (1)(1) \\ &= 1 - 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

UMA VEZ QUE $D_1 < 0$ E $D_2 = 0$ IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA INDEFINIDA É SEMIDEFINIDA NEGATIVA.

(2.1)

(2.7) $Q = -3x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 + 4x_2x_3 - 8x_3^2$

$Q(x_1, x_2, x_3) = -3x_1^2 + x_1x_2 + x_2x_1 - x_2^2 + 2x_2x_3 + 2x_3x_2 - 8x_3^2$

$$X'AX = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$\Delta_1 = D_1 = |-3| = -3 < 0$

$$\begin{aligned} \Delta_2 = D_2 &= \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= (-3)(-1) - (1)(1) \\ &= 3 - 1 \\ &= 2 > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 = D_3 &= \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -8 \end{vmatrix} \\ &= (-3) \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -8 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -8 \end{vmatrix} + (0) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ &= (-3)[(-1)(-8) - (2)(2)] - (1)[(1)(-8) - (2)(0)] \\ &= (-3)(8 - 4) - (1)(-8 - 0) \\ &= (-3)(4) - (1)(-8) \\ &= -12 + 8 \\ &= -4 < 0 \end{aligned}$$

UMA VEZ QUE D_1, D_2 E D_3 ALTERNAM DE SINAL SENDO QUE OS DETERMINANTES DE ORDEM ÍMPAR SÃO NEGATIVOS E OS DE ORDEM

2013/1^o

PARA SÃO POSITIVOS IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA INDEFINIDA É DEFINIDA NEGATIVA, ENTÃO, O SINAL DE Q É NEGATIVO.

EXERCÍCIO 3:

3.A) $Q = x^2 - 2xy + y^2$ S. A $x + y = 0$

$$Q(x, y) = x^2 - xy - yx + y^2$$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$m = 2$ Z, NÚMERO DE VARIÁVEIS

$m = 1$ Z, NÚMERO DE RESTRIÇÕES

$$m - m = 2 - 1 = 1$$

LOGO, PRECISA-SE CONFEERIR

AS $m - m = 1$ SUBMATRIZES PRINCIPAIS LÍDERES DE O_3 . NO CASO, A PRÓPRIA O_3 .

CONSTRUINDO A MATRIZ ORLADA DE A:

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_3 = D_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (0) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + (1) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -(1)[(1)(1) - (-1)(1)] + (1)[(1)(-1) - (1)(1)]$$

$$= -(1)(1+1) + (1)(-1-1)$$

3.9

$$\begin{aligned}
 A_3 = D_3 &= -(1)(2) + (1)(-2) \\
 &= -2 - 2 \\
 &= -4 < 0
 \end{aligned}$$

$$(-1)^m = (-1)^2 = 1 > 0$$

$$(-1)^m = (-1)^1 = -1 < 0$$

UMA VEZ QUE O SINAL DE A_3 É IGUAL AO SINAL DE $(-1)^m$, ISTO É, NEGATIVO, IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA RESTRIITA É DEFINIDA POSITIVA NO CONJUNTO-RESTRIÇÃO E $x=0$ É UM MÍNIMO GLOBAL ESTRIITO DE Q NESSE CONJUNTO-RESTRIÇÃO.

3.8 $Q = 2x^2 - 4xy + y^2$ S. A $3x + 4y = 0$

$$Q(x, y) = 2x^2 - 2xy - 2yx + y^2$$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 n &= 2 \text{ z, NÚMERO DE VARIÁVEIS} \\
 m &= 1 \text{ z, NÚMERO DE RESTRIÇÕES} \\
 n - m &= 2 - 1 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

LOGO, PRECISA-SE CONFERIR AS $n - m = 1$ SUBMATRIZES PRINCIPAIS LÍDERES DE O_3 . NO CASO, A PRÓPRIA O_3 .

CONSTRUINDO A MATRIZ ORLAÇA DE A :

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = D_3 = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

2023/1-0

(4)

$$\begin{aligned}\Delta_3 = D_3 &= (0) \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} - (3) \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (4) \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} \\ &= -(3)[(3)(1) - (-2)(4)] + (4)[(3)(-2) - (2)(4)] \\ &= -(3)(3+8) + (4)(-6-8) \\ &= -(3)(11) + (4)(-14) \\ &= -33 - 56 \\ &= -89 < 0\end{aligned}$$

$$(-1)^m = (-1)^2 = 1 > 0$$

$$(-1)^m = (-1)^2 = -1 < 0$$

UMA VEZ QUE O SINAL DE Δ_3 É IGUAL AO SINAL DE $(-1)^m$ IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA RESTRIITA É DEFINIDA POSITIVA NO CONJUNTO-RESTRIÇÃO E $x=0$ É UM MÍNIMO GLOBAL ESTITO DE Q NESSE CONJUNTO-RESTRIÇÃO.

3.C $Q = -x^2 + xy - y^2$ S.A $5x - 2y = 0$

$$Q(x, y) = -x^2 + \frac{1}{2}xy + \frac{1}{2}yx - y^2$$

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$m = 2$ z, NÚMERO DE VARIÁVEIS

$m = 1$ z, NÚMERO DE RESTRIÇÕES

$$\begin{aligned}m - m &= 2 - 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

LOGO, PRECISA CONFERIR AS

$m - m = 1$ SUBMATRIZES PRINCIPAIS LÍDERES DE O_3 . NO CASO, A PRÓPRIA O_3 .

CONSTRUINDO A MATRIZ ORLADA DE A:

(4.A)

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -2 \\ 5 & -1 & 1/2 \\ -2 & 1/2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = D_3 = \begin{vmatrix} 0 & 5 & -2 \\ 5 & -1 & 1/2 \\ -2 & 1/2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (0) \begin{vmatrix} -1 & 1/2 \\ 1/2 & -1 \end{vmatrix} - (5) \begin{vmatrix} 5 & 1/2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} + (-2) \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 1/2 \end{vmatrix}$$

$$= -(5) [(5)(-1) - (1/2)(-2)] + (-2) [(5)(1/2) - (-1)(-2)]$$

$$= -(5)(-5 + 1) + (-2)(5/2 - 2)$$

$$= -(5)(-4) + (-2)(1/2)$$

$$= 20 - 1$$

$$= 19 > 0$$

$$(-1)^m = (-1)^2 = 1 > 0$$

$$(-1)^m = (-1)^1 = -1 < 0$$

UMA VEZ QUE O SINAL DE D_3 É IGUAL AO SINAL DE $(-1)^m$, ISTO É, POSITIVO, IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA RESTRIITA É DEFINIDA NEGATIVA NO CONJUNTO-RESTRIÇÃO E $x=0$ É UM MÁXIMO GLOBAL ESTABO DE Q NESSE CONJUNTO-RESTRIÇÃO.

(3.7) $Q = -5x^2 + 2xy + 4xz - y^2 - 2z^2$ s. a $x+y+z=0$

E
 $4x - 2y + z = 0$

$$Q(X, Y, Z) = -5X^2 + XY + YX + 2XZ + 2ZX - Y^2 - 2Z^2$$

$$X'AX = [X \ Y \ Z] \begin{bmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$m = 3$, NÚMERO DE VARIÁVEIS

$m = 2$, NÚMERO DE RESTRIÇÕES

$$m - m = 3 - 2 \\ = 1$$

LOGO, PRECISA-SE CONFEITAR

AS $m - m = 1$ SUBMATRIZES PRINCIPAIS LÍDERES DE O_3 . NO CASO, A PRINCIPAL O_3 .

CONSTRUINDO A MATRIZ ORLADA DE A:

$$O_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = D_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (0) \begin{vmatrix} 0 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 0 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} +$$

$$+(1) \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & -5 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} +$$

(5.9)

$$+(1) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & -5 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = D_3 = (1) \left[\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 & \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} + \right. \\ \left. + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \right] -$$

$$- (1) \left[\begin{vmatrix} 0 & 4 & -5 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & \\ 1 & 2 & -2 & \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} + \right.$$

$$+ (4) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & 4 & -5 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \left. \right] +$$

$$+ (1) \left[\begin{vmatrix} 0 & 4 & -5 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & \\ 1 & 2 & 0 & \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + \right.$$

LISTA IV MATEMÁTICA I

2013/1º

(6)

$$+ (4) \left[\begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 1 & -2 & -7 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 1 & 4 & -5 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \right]$$

RESOLVENDO OS SUBDETERMINANTES ACIMA A PARTE:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)[(4)(-2) - (2)(1)] + (-2)[(1)(-2) - (2)(1)]$$

$$= (-1)(-8 - 2) + (-2)(-2 - 2)$$

$$= (-1)(-10) + (-2)(-4)$$

$$= 10 + 8$$

$$= 18$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 1 & -2 & -7 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (1) \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ -2 & -7 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 1 & -7 \end{vmatrix} + (0) \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (1)[(4)(-7) - (7)(-2)] - (1)[(1)(-7) - (7)(1)]$$

$$= (1)(-28 + 14) - (1)(-7 - 7)$$

$$= (1)(-14) - (1)(-14)$$

$$= -14 + 14$$

$$= 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (1) \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - (4) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-3) \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

(6.9)

$$\begin{aligned}
 &= (1)[(-2)(2) - (1)(1)] - (4)[(1)(2) - (1)(1)] + (-3)[(1)(1) - (-2)(1)] \\
 &= (1)(-4 - 1) - (4)(2 - 1) + (-3)(1 + 2) \\
 &= (1)(-5) - (4)(1) + (-3)(3) \\
 &= -5 - 4 - 9 \\
 &= -24
 \end{aligned}$$

SUBSTITUINDO ESSES SUBDETERMINANTES OBTÉM-SE:

$$\begin{aligned}
 \Delta_3 = D_3 &= (1)[(-2)(18) - (1)(0)] - (1)[(4)(18) - (1)(-24)] + \\
 &+ (1)[(4)(0) - (-2)(-24)] \\
 &= (1)(-36 - 0) - (1)(72 + 24) + (1)(0 - 48) \\
 &= (1)(-36) - (1)(96) + (1)(-48) \\
 &= -36 - 96 - 48 \\
 &= -180 < 0
 \end{aligned}$$

$$(-1)^m = (-1)^3 = -1 < 0$$

$$(-1)^m = (-1)^2 = 1 > 0$$

UMA VEZ QUE O SINAL DE D_3 É IGUAL AO SINAL DE $(-1)^m$, ISTO É, NEGATIVO, IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA RESTRIITA É DEFINIDA NEGATIVA NO CONJUNTO-RESTRIÇÃO E $x=0$ É UM MÁXIMO GLOBAL FINITO DE Q NESSE CONJUNTO-RESTRIÇÃO.

3.5 $Q = x^2 + 2xy + y^2 + z^2$ s. a $x + 2y + z = 0$
 $2x - y - 3z = 0$

2023/1^o

17

$$Q(X, Y, Z) = X^2 + XY + YX + Y^2 + Z^2$$

$$X'AX = [X \ Y \ Z] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$m = 3$, NÚMERO DE VARIÁVEIS

$m = 2$, NÚMERO DE RESTRIÇÕES

$$m - m = 3 - 2 = 1$$

LOGO, PRECISA-SE CONFEERIR

AS $m - m = 1$ SUBMATRIZES PRINCIPAIS LÍDERES DE O_3 . NO CASO, A PRÓPRIA O_3 .

CONSTRUINDO A MATRIZ CALADA DE A:

$$O_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_3 = D_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (0) \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$+(1) \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -1 & -3 & -(2) \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \\ 2 & -1 & 1 & 0 & \\ 1 & -3 & 0 & 1 & \end{array} \right] +$$

(7.7)

$$+(1) \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 2 & -1 & \\ 1 & 2 & 1 & 1 & \\ 2 & -1 & 1 & 1 & \\ 1 & -3 & 0 & 0 & \end{array} \right]$$

$$\Delta_5 = \overline{D}_5 = (1) \left[\begin{array}{cccc|c} (0) & 2 & 1 & 0 & -(0) \\ -1 & 1 & 0 & & 1 & 1 & 0 & + \\ -3 & 0 & 1 & & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & -3 & 1 & \end{array} \right]$$

$$+(-1) \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & -(-3) \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ & 1 & -3 & 0 & \end{array} \right] -$$

$$-(2) \left[\begin{array}{cccc|c} (0) & 2 & 1 & 0 & -(0) \\ -1 & 1 & 0 & & 1 & 1 & 0 & + \\ -3 & 0 & 1 & & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 & \end{array} \right]$$

$$+(2) \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & -(-3) \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ & 1 & -3 & 0 & \end{array} \right] +$$

$$+(1) \left[\begin{array}{cccc|c} (0) & 2 & 1 & 1 & -(0) \\ -1 & 1 & 1 & & 1 & 1 & 1 & + \\ -3 & 0 & 0 & & 2 & 1 & 1 \\ & 1 & 0 & 0 & \end{array} \right]$$

LISTA IV MATEMÁTICA I

2023/1º

8

$$+ (2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} \Bigg]$$

RESOLVENDO OS SUBDETERMINANTES ACIMA A PARTE:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = (0) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} - (0) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (1)(-1) - (2)(2)$$

$$= -1 - 4$$

$$= -5$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = (1) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} + (0) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= (1)[(2)(-3) - (-1)(1)] - (1)[(1)(-3) - (2)(1)]$$

$$= (1)(-6 + 1) - (1)(-3 - 2)$$

$$= (1)(-5) - (1)(-5)$$

$$= -5 + 5$$

$$= 0$$

SUBSTITUINDO ESSES SUBDETERMINANTES OBTÉM-SE:

$$A_5 = D_5 = (1)[(-1)(-5) - (-3)(0)] - (2)[(2)(-5) - (-3)(0)] +$$

$$+ (1)[(2)(0) - (-1)(0)]$$

$$= (1)(5 + 0) - (2)(-10 + 0) + (1)(0 + 0)$$

$$= (1)(5) - (2)(-10) + (1)(0)$$

$$\Delta_3 = D_3 = 5 + 20 + 0 \\ = 25 > 0$$

$$(-1)^m = (-1)^2 = -1 < 0$$

$$(-1)^m = (-1)^2 = 1 > 0$$

UMA VEZ QUE O SINAL DE D_3 É IGUAL AO SINAL DE $(-1)^m$, ISTO É, POSITIVO, IMPLICA QUE A FORMA QUADRÁTICA RESTRIITA É DEFINIDA POSITIVA NO CONJUNTO-RESTRIÇÃO E $x=0$ É UM MÍNIMO GLOBAL ESTABO DE Q NESSE CONJUNTO-RESTRIÇÃO.

EXERCÍCIO 4:

$$Q(x, y) = ax^2 + \frac{1}{2}bxy + \frac{1}{2}byx + cy^2$$

$$X'AX = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & \frac{1}{2}b \\ \frac{1}{2}b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$|A_1| = |a| = a > 0 \quad (1)$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} a & \frac{1}{2}b \\ \frac{1}{2}b & c \end{vmatrix}$$

$$= ac - \frac{1}{4}b^2 > 0 \quad (2)$$

MAS DE (1) SABE-SE QUE $a > 0$, ENTÃO, PARA QUE (2) SEJA POSITIVA c TAMBÉM TEM DE SER MAIOR QUE ZERO ($c > 0$).
DESSA FORMA, COMO $\text{tr}(A) = a + c > 0$, $\text{tr}(A) > 0$.

EXERCÍCIO 5:

$$Q(x, y) = ax^2 + \frac{1}{2}bxy + \frac{1}{2}byx + cy^2$$

$$X'AX = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & \frac{1}{2}b \\ \frac{1}{2}b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

2013/17-0

(9)

$$|A_1| = |a| = -a > 0$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} -a & \frac{1}{2}b \\ \frac{1}{2}b & c \end{vmatrix}$$

$$= -ac - \frac{1}{4}b^2$$

MAS PARA QUE FORMA QUADRÁTICA SEJA INDEFINIDA É NECESSÁRIO QUE $-ac - \frac{1}{4}b^2$ SEJA MENOR QUE ZERO. ENTÃO, $|A_2| < 0$.

9.9