

QUESTÃO 01:

9. A  $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} \cdot x_2^{1/2}$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE UTILIDADE - PMU

$$\max x_1^{1/2} \cdot x_2^{1/2} \quad \text{s. a} \quad p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = w$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = x_1^{1/2} \cdot x_2^{1/2} + \lambda (w - p_1 \cdot x_1 - p_2 \cdot x_2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{1}{2} \cdot x_1^{-1/2} \cdot x_2^{1/2} - \lambda \cdot p_1 = 0 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^{-1/2} \cdot x_2^{1/2}}{p_1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{1}{2} \cdot x_1^{1/2} \cdot x_2^{-1/2} - \lambda \cdot p_2 = 0 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^{1/2} \cdot x_2^{-1/2}}{p_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = w - p_1 \cdot x_1 - p_2 \cdot x_2 = 0 \quad \therefore \quad w = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \quad (3)$$

IGUALANDO AS EQUAÇÕES (1) E (2) OBTÉM-SE:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^{-1/2} \cdot x_2^{1/2}}{p_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^{1/2} \cdot x_2^{-1/2}}{p_2}$$

$$\frac{x_2^{1/2}}{x_2^{-1/2}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{x_1^{1/2}}{x_1^{-1/2}}$$

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1 \quad (4)$$

SUBSTITUINDO A EXPRESSÃO (4) EM (3) TEM-SE QUE:

$$w = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot x_1$$

$$W = P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot X_2$$

$$W = 2 P_1 \cdot X_1$$

$$2 P_1 \cdot X_1 = W$$

$$X_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_1}$$

(5)

SUBSTITUINDO (5) EM (4) TEM-SE QUE:

$$X_2 = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_1}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_2}$$

(6)

ENCONTRANDO A FUNÇÃO UTILIDADE INDIRETA (SUBSTITUI (5) E (6) NA FUNÇÃO OBJETIVO):

$$u(P, W) = \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_1} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_2} \right)^{1/2}$$

$$= \left( \frac{1}{2} \right)^{1/2} \cdot \frac{W^{1/2}}{P_1^{1/2}} \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{1/2} \cdot \frac{W^{1/2}}{P_2^{1/2}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot W \cdot P_1^{-1/2} \cdot P_2^{-1/2}$$

(7)

ENCONTRANDO A FUNÇÃO DESPESA:

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot P_1^{-1/2} \cdot P_2^{-1/2}$$

$$\frac{2 \cdot \bar{u}}{P_1^{-1/2} \cdot P_2^{-1/2}} = e$$

$$e(P, \bar{u}) = 2 \cdot \bar{u} \cdot P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2}$$

(8)

# LISTA IV MICROECONOMIA I

2013/10

2

RECUPERANDO AS DEMANDAS HICKSIANAS / COMPENSADAS UTILIZANDO O LEMA DE SHEPARD:

$$\text{LEMA DE SHEPARD: } x_2^H = \frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_2}$$

LOGO, PARA  $x_1$  TEM-SE QUE:

$$x_1^H = \frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_1}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-\frac{1}{2}} \cdot p_2^{\frac{1}{2}}$$

$$= \bar{u} \cdot p_1^{-\frac{1}{2}} \cdot p_2^{\frac{1}{2}}$$

(9)

POR SUA VEZ, PARA  $x_2$  TEM-SE QUE:

$$x_2^H = \frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{\frac{1}{2}} \cdot p_2^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \bar{u} \cdot p_1^{\frac{1}{2}} \cdot p_2^{-\frac{1}{2}}$$

(10)

CONSIDERANDO  $p_1 = 3$ ,  $p_2 = 2$  E  $w = 100$  TEM-SE QUE:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{p_1}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{3}$$

$$= 16,7$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{p_2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{2}$$

$$= 25$$

$$u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} \cdot x_2^{\frac{1}{2}}$$

$$= (16,7)^{\frac{1}{2}} \cdot (25)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 20,4$$

(11)

OBTENDO A MATRIZ DAS DERIVADAS DAS DEMANDAS HICKSIANAS/COM  
PENSADAS EM RELAÇÃO AOS PREÇOS: 2.A

$$\frac{\partial X_1^H(p, \bar{u})}{\partial p_1} = -\frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-3/2} \cdot p_2^{1/2} \quad \frac{\partial X_1^H(p, \bar{u})}{\partial p_2} = \frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2}$$

$$\frac{\partial X_2^H(p, \bar{u})}{\partial p_2} = -\frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{1/2} \cdot p_2^{-3/2} \quad \frac{\partial X_2^H(p, \bar{u})}{\partial p_1} = \frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_p X^H(p, \bar{u}) &= \begin{bmatrix} \partial X_1^H / \partial p_1 & \partial X_1^H / \partial p_2 \\ \partial X_2^H / \partial p_1 & \partial X_2^H / \partial p_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-3/2} \cdot p_2^{1/2} & \frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2} \\ \frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2} & -\frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{1/2} \cdot p_2^{-3/2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \cdot (20,4) \cdot (3)^{-3/2} \cdot (2)^{1/2} & \frac{1}{2} \cdot (20,4) \cdot (3)^{-1/2} \cdot (2)^{-1/2} \\ \frac{1}{2} \cdot (20,4) \cdot (3)^{-1/2} \cdot (2)^{-1/2} & -\frac{1}{2} \cdot (20,4) \cdot (3)^{1/2} \cdot (2)^{-3/2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2,8 & 4,2 \\ 4,2 & -6,3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

UMA VEZ QUE  $a_{12} = a_{21} = 4,2$  A MATRIZ  $\mathcal{D}_p X^H(p, \bar{u})$  É UMA MATRIZ SIMÉTRICA.

CALCULANDO OS VALORES PRINCIPAIS DA MATRIZ  $\mathcal{D}_p X^H(p, \bar{u})$ :  
EXISTEM DOIS VALORES PRINCIPAIS DE 1ª ORDEM:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= |-2,8| & \Delta_2 &= |-6,3| \\ &= -2,8 < 0 & &= -6,3 < 0 \end{aligned}$$

2013/10

EXISTE UM MENOR PRINCIPAL DE 2ª ORDEM:

$$A_0 = \begin{vmatrix} -2,8 & 4,2 \\ 4,2 & -6,3 \end{vmatrix}$$

$$= (-2,8)(-6,3) - (4,2)(4,2)$$

$$= 17,64 - 17,64$$

$$= 0$$

DESSA FORMA, UMA VEZ QUE TODOS OS MENORES PRINCIPAIS DA MATRIZ  $\nabla_p X^H(p, \bar{u})$  SÃO MENORES OU IGUAL A ZERO IMPLICA QUE  $\nabla_p X^H(p, \bar{u})$  É UMA MATRIZ SEMIDEFINIDA NEGATIVA. ■

$$\nabla_p X^H(p, \bar{u}) \cdot p = \begin{bmatrix} -2,8 & 4,2 \\ 4,2 & -6,3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-2,8)(3) + (4,2)(2) \\ (4,2)(3) + (-6,3)(2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -8,4 + 8,4 \\ 12,6 - 12,6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \blacksquare$$

(1.3)  $u(x_1, x_2) = (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-1}$

(3.9)

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE - PMU

$$\max (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-1}$$

$$s. a \quad p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = w$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-1} + \lambda (w - p_1 \cdot x_1 - p_2 \cdot x_2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = (-1)(x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2} \cdot (x_1^{-1} + x_2^{-1})' - \lambda \cdot p_1 = 0$$

ENTÃO,

$$(-1)(-1)(x_1^{-2})(x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2} - \lambda \cdot p_1 = 0 \quad \therefore \lambda = \frac{x_1^{-2} \cdot (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2}}{p_1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = (-1)(x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2} (x_1^{-1} + x_2^{-1})' - \lambda \cdot p_2 = 0$$

LOGO,

$$(-1)(-1)(x_2^{-2})(x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2} - \lambda \cdot p_2 = 0 \quad \therefore \lambda = \frac{x_2^{-2} \cdot (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2}}{p_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = w - p_1 \cdot x_1 - p_2 \cdot x_2 = 0 \quad \therefore w = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \quad (3)$$

IGUALANDO AS EXPRESSÕES (1) E (2) OBTÉM-SE:

$$\frac{x_1^{-2} \cdot (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2}}{p_1} = \frac{x_2^{-2} \cdot (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-2}}{p_2}$$

$$\frac{1}{x_1^2 \cdot p_1} = \frac{1}{x_2^2 \cdot p_2}$$

$$x_2^2 = x_1^2 \cdot \frac{p_1}{p_2}$$

2013/1<sup>o</sup>

(4)

$$X_2 = X_1 \cdot P_1^{1/2} \cdot P_2^{-1/2}$$

(4)

SUBSTITUINDO (4) NA RESTRIÇÃO TEM-SE QUE:

$$W = P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot X_1 \cdot P_1^{1/2} \cdot P_2^{-1/2}$$

$$W = P_1 \cdot X_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} \cdot X_1$$

$$W = X_1 (P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2})$$

$$X_1 = \frac{W}{P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2}}$$

(5)

SUBSTITUINDO (5) EM (4) OBTÉM-SE:

$$X_2 = \frac{W}{P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2}} \cdot P_1^{1/2} \cdot P_2^{-1/2}$$

$$= \frac{W}{P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2}} \cdot \frac{1}{P_1^{-1/2} \cdot P_2^{1/2}}$$

$$= \frac{W}{P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2}$$

(6)

ENCONTRANDO A FUNÇÃO UTILIDADE IMPLÍCITA (SUBSTITUI (5) E (6) NA FUNÇÃO OBJETIVO):

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(P, W) &= \left[ \left( \frac{W}{P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2}} \right)^{-\gamma} + \left( \frac{W}{P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2} \right)^{-\gamma} \right]^{-1} \\ &= \left[ \frac{W^{-\gamma}}{(P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2})^{-\gamma}} + \frac{W^{-\gamma}}{(P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)^{-\gamma}} \right]^{-1} \end{aligned}$$

(4.A)

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}(P, W) &= [W^{-1} \cdot (P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2}) + W^{-1} \cdot (P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)]^{-1} \\
 &= [W^{-1} (P_1 + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)]^{-1} \\
 &= W (P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

EM CONTINUANDO A FUNÇÃO DESPESA:

$$\bar{u} = e(P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 e(P, \bar{u}) &= \frac{\bar{u}}{(P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)^{-1}} \\
 &= \bar{u} (P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

RECUPERANDO AS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS UTILIZANDO O LEMA DE SHEPARD:

$$\text{LEMA DE SHEPARD: } X_1^H(P, \bar{u}) = \frac{\partial e(P, \bar{u})}{\partial P_1}$$

LOGO, PARA  $X_1$  TEM-SE QUE:

$$\begin{aligned}
 X_1^H(P, \bar{u}) &= \bar{u} (P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)' + (P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)(\bar{u})' \\
 &= \bar{u} \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot P_1^{-1/2} \cdot P_2^{1/2} \right) + 0 \\
 &= \bar{u} (1 + P_1^{-1/2} \cdot P_2^{1/2})
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

POR SUA VEZ, PARA  $X_2$  TEM-SE QUE:

$$\begin{aligned}
 X_2^H(P, \bar{u}) &= \bar{u} (P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)' + (P_1 + 2 P_1^{1/2} \cdot P_2^{1/2} + P_2)(\bar{u})' \\
 &= \bar{u} \left( \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot P_1^{1/2} \cdot P_2^{-1/2} + 1 \right) + 0 \\
 &= \bar{u} (P_1^{1/2} \cdot P_2^{-1/2} + 1)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

# LISTA IV MICROECONOMIA I

2013/14<sup>o</sup>

(5)

CONSIDERANDO  $p_1 = 3$ ,  $p_2 = 2$  E  $w = 100$  TEM-SE:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{w}{p_1 + p_1^{1/2} \cdot p_2^{1/2}} \\&= \frac{100}{3 + (3)^{1/2} \cdot (2)^{1/2}} \\&= 18,4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= \frac{w}{p_1^{1/2} \cdot p_2^{1/2} + p_2} \\&= \frac{100}{(3)^{1/2} \cdot (2)^{1/2} + 2} \\&= 22,5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u(x_1, x_2) &= (x_1^{-1} + x_2^{-1})^{-1} \\&= \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)^{-1} \\&= \frac{1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} \\&= \frac{1}{\frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2}} \\&= \frac{x_1 \cdot x_2}{x_2 + x_1} \\&= \frac{18,4(22,5)}{22,5 + 18,4} \\&= 10,7\end{aligned}$$

OBTENDO A MATRIZ DAS DERIVADAS DAS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS EM RELAÇÃO AOS PREÇOS:

$$\frac{\partial x_1^H(p, \bar{u})}{\partial p_1} = -\frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-3/2} \cdot p_2^{1/2}$$

$$\frac{\partial x_1^H(p, \bar{u})}{\partial p_2} = \frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2}$$

$$\frac{\partial x_2^H(p, \bar{u})}{\partial p_2} = -\frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{1/2} \cdot p_2^{-3/2}$$

$$\frac{\partial x_2^H(p, \bar{u})}{\partial p_1} = \frac{1}{2} \cdot \bar{u} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2}$$

S. 19

$$\frac{\partial x^H(p, \bar{\mu})}{\partial p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1^H}{\partial p_1} & \frac{\partial x_1^H}{\partial p_2} \\ \frac{\partial x_2^H}{\partial p_1} & \frac{\partial x_2^H}{\partial p_2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \cdot \bar{\mu} \cdot p_1^{-3/2} \cdot p_2^{1/2} & \frac{1}{2} \cdot \bar{\mu} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2} \\ \frac{1}{2} \cdot \bar{\mu} \cdot p_1^{-1/2} \cdot p_2^{-1/2} & -\frac{1}{2} \cdot \bar{\mu} \cdot p_1^{1/2} \cdot p_2^{-3/2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \cdot (10, 1) \cdot (3)^{-3/2} \cdot (2)^{1/2} & \frac{1}{2} \cdot (10, 1) \cdot (3)^{-1/2} \cdot (2)^{-1/2} \\ \frac{1}{2} \cdot (10, 1) \cdot (3)^{-1/2} \cdot (2)^{-1/2} & -\frac{1}{2} \cdot (10, 1) \cdot (3)^{1/2} \cdot (2)^{-3/2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1,4 & 2,1 \\ 2,1 & -3,1 \end{bmatrix}$$

UMA VEZ QUE  $a_{12} = a_{21} = 2,1$  A MATRIZ  $\frac{\partial x^H(p, \bar{\mu})}{\partial p}$  É UMA MATRIZ SIMÉTRICA.

CALCULANDO OS MEMORES PRINCIPAIS DA MATRIZ  $\frac{\partial x^H(p, \bar{\mu})}{\partial p}$ :  
EXISTEM DOIS MEMORES PRINCIPAIS DE 1ª ORDEM:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= |-1,4| & \Delta_2 &= |-3,1| \\ &= -1,4 < 0 & &= -3,1 < 0 \end{aligned}$$

EXISTE UM MEMOR PRINCIPAL DE 2ª ORDEM:

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} -1,4 & 2,1 \\ 2,1 & -3,1 \end{vmatrix} \\ &= (-1,4)(-3,1) - (2,1)(2,1) \\ &= 4,47 - 4,41 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_p x^H(p, \bar{m}) \cdot p &= \begin{bmatrix} -1,4 & 2,1 \\ 2,1 & -3,75 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (-1,4) \cdot (3) + (2,1) \cdot (2) \\ (2,1) \cdot (3) + (-3,75) \cdot (2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4,2 + 4,2 \\ 6,3 - 6,3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

EXERCÍCIO 3:

3.A AS DEMANDAS HASKALIANAS E A FUNÇÃO UTILIDADE INDIRETA PARA ESTE EXERCÍCIO FORAM CALCULADAS NA LISTA III (PÁGINAS 13.A, 14, 14.A, 13 E 15.A).

OBTENDO A FUNÇÃO DESPESA PELA DUALIDADE EXISTENTE COM A FUNÇÃO UTILIDADE INDIRETA.

$$\bar{m} = (e - \sum p_i \cdot b_i) \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{p_3}\right)^{\gamma}$$

$$e - \sum p_i \cdot b_i = \frac{\bar{m}}{\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{p_3}\right)^{\gamma}}$$

$$e(p, \bar{m}) = \bar{m} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\gamma}\right)^{\gamma} + \sum p_i \cdot b_i$$

RECUPERANDO AS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS UTILIZANDO O LEMA DE SHEPARD: 6.9

$$\text{LEMA DE SHEPARD: } X_1^H = \frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_1}$$

LOGO, PARA  $X_1$  TEM-SE QUE:

$$\begin{aligned} X_1^H &= \alpha \cdot \bar{u} \cdot p_1^{\alpha-1} \cdot \alpha^{-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\gamma} + b_1 \\ &= \bar{u} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot p_1^{-(1-\alpha)} \cdot \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\gamma} + b_1 \end{aligned}$$

$$\boxed{= \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{p}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\gamma} + b_1}$$

(2)

POR SUA VEZ, PARA  $X_2$  TEM-SE QUE:

$$\begin{aligned} X_2^H &= \beta \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot p_2^{\beta-1} \cdot \beta^{-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\gamma} + b_2 \\ &= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \beta^{1-\beta} \cdot p_2^{-(1-\beta)} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\gamma} + b_2 \end{aligned}$$

$$\boxed{= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\gamma} + b_2}$$

(3)

JÁ PARA  $X_3$  TEM-SE QUE:

$$\begin{aligned} X_3^H &= \gamma \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot p_3^{\gamma-1} \cdot \gamma^{-\gamma} + b_3 \\ &= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \gamma^{1-\gamma} \cdot p_3^{-(1-\gamma)} + b_3 \end{aligned}$$

$$\boxed{= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{p_3}\right)^{1-\gamma} + b_3}$$

2023/19<sup>o</sup>

VERIFICANDO AS PROPOSIÇÕES 3.E.2 (MAS-COLELL PÁGINA 59)

$$\begin{aligned}
 i) \quad e(p, \bar{m}) &= \bar{m} \cdot \left( \frac{1 \cdot p_1}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{1 \cdot p_2}{\beta} \right)^\beta \cdot \left( \frac{1 \cdot p_3}{\gamma} \right)^\gamma + \sum 1 \cdot p_i \cdot b_i \\
 &= \bar{m} \cdot 1^\alpha \cdot \left( \frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \cdot 1^\beta \cdot \left( \frac{p_2}{\beta} \right)^\beta \cdot 1^\gamma \cdot \left( \frac{p_3}{\gamma} \right)^\gamma + 1 \sum p_i \cdot b_i \\
 &= \bar{m} \cdot 1^{\alpha+\beta+\gamma} \cdot \left( \frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{p_2}{\beta} \right)^\beta \cdot \left( \frac{p_3}{\gamma} \right)^\gamma + 1 \sum p_i \cdot b_i \\
 &= \bar{m} \cdot 1 \cdot \left( \frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{p_2}{\beta} \right)^\beta \cdot \left( \frac{p_3}{\gamma} \right)^\gamma + 1 \sum p_i \cdot b_i \\
 &= 1 \left[ \bar{m} \cdot \left( \frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{p_2}{\beta} \right)^\beta \cdot \left( \frac{p_3}{\gamma} \right)^\gamma + \sum p_i \cdot b_i \right] \\
 &= 1 e(p, \bar{m}) \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

\* A FUNÇÃO DESPESA É HOMOGÊNEA DE GRAU 1 NOS PREÇOS

ii) <sup>LA FUNÇÃO DESPESA É</sup> ESTRICTAMENTE CRESCENTE EM  $m$  E NÃO-DECRESCENTE EM  $p$ :

$$\frac{\partial e(p, \bar{m})}{\partial m} = \left( \frac{p_1}{\alpha} \right)^\alpha \cdot \left( \frac{p_2}{\beta} \right)^\beta \cdot \left( \frac{p_3}{\gamma} \right)^\gamma$$

UMA VEZ QUE  $\alpha, \beta$  E  $\gamma > 0$  E  $p_1, p_2$  E  $p_3 > 0$  CONCLUI-SE QUE:

$$\frac{\partial e(p, \bar{m})}{\partial m} > 0$$

POR SUA VEZ, PARA VERIFICAR QUE A FUNÇÃO DESPESA É NÃO-DECRESCENTE NOS PREÇOS DEVE-SE DERIVAR AQUELA EM FUNÇÃO DESSES. TODAVIA, ESSES RESULTADOS SÃO AS DEMANDAS MICKSIANAS/COMPENSADAS

iii) A FUNÇÃO DESPESA É CÔNCAVA NOS PREÇOS.

iv) A FUNÇÃO DESPESA É CONTÍNUA EM  $P$  E  $M$ .

VERIFICANDO AS PROPOSIÇÕES 3.E.3 (MAS-COLELL PÁGINA 67)

i) AS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS SÃO HOMOGÊNEAS DE GRAU ZERO NOS PREÇOS

$$\begin{aligned}
 X_1^H(x, P, \bar{m}) &= \bar{m} \cdot \left( \frac{\alpha}{x \cdot P_1} \right)^{1-\alpha} \cdot \left( \frac{x \cdot P_2}{\beta} \right)^{\beta} \cdot \left( \frac{x \cdot P_3}{\delta} \right)^{\delta} + b_1 \\
 &= \bar{m} \cdot x^{\alpha-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{P_1} \right)^{1-\alpha} \cdot x^{\beta} \cdot \left( \frac{P_2}{\beta} \right)^{\beta} \cdot x^{\delta} \cdot \left( \frac{P_3}{\delta} \right)^{\delta} + b_1 \\
 &= \bar{m} \cdot x^{\alpha-1+\beta+\delta} \cdot \left( \frac{\alpha}{P_1} \right)^{1-\alpha} \cdot \left( \frac{P_2}{\beta} \right)^{\beta} \cdot \left( \frac{P_3}{\delta} \right)^{\delta} + b_1 \\
 &= \bar{m} \cdot x^{\alpha+\beta+\delta-1} \cdot \left( \frac{\alpha}{P_1} \right)^{1-\alpha} \cdot \left( \frac{P_2}{\beta} \right)^{\beta} \cdot \left( \frac{P_3}{\delta} \right)^{\delta} + b_1
 \end{aligned}$$

2013/14<sup>o</sup>

(P)

$$\begin{aligned}
 x_1^H(p, \bar{u}) &= \bar{u} \cdot t^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1 \\
 &= \bar{u} \cdot t^0 \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1 \\
 &= \bar{u} \cdot (1) \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1 \\
 &= \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1 \\
 &= x_1^H(p, \bar{u}) \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$

UMA VEZ QUE AS OUTRAS DUAS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS  $x_2^H$  E  $x_3^H$  POSSUEM O MESMO FORMATO DA  $x_1^H$ , SÓ ALTERNANDO O TERMO RELATIVO AOS PREÇOS  $p_2$  E  $p_3$  RESPECTIVAMENTE, CONCLUI-SE QUE  $x_2^H$  E  $x_3^H$  TAMBÉM SÃO HOMOGÊNEAS DE GRAU ZERO NOS PREÇOS.

ii) NÃO HÁ EXCESSO DE UTILIDADE NAS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS:

iii) AS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS SÃO CONVEXAS/ÚNICAS (CONVEXIDADE/UNICIDADE):

$$(3.3) \frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_1} = \alpha \cdot \bar{u} \cdot p_1^{\alpha-1} \cdot \alpha^{-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1$$

$$= \bar{u} \cdot p_1^{\alpha-1} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1$$

$$= \bar{u} \cdot p_1^{-(1-\alpha)} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1$$

$$= \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_1$$

$$= X_1^H(p, \bar{u}) \quad \blacksquare$$

$$\frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_2} = \beta \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot p_2^{\beta-1} \cdot \beta^{-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_2$$

$$= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot p_2^{-(1-\beta)} \cdot \beta^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_2$$

$$= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} + b_2$$

$$= X_2^H(p, \bar{u}) \quad \blacksquare$$

$$\frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_3} = \delta \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot p_3^{\delta-1} \cdot \delta^{-\delta} + b_3$$

$$= \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot p_3^{-(1-\delta)} \cdot \delta^{1-\delta} + b_3$$

2013/14

9

$$\frac{\partial e(p, \bar{u})}{\partial p_3} = \bar{u} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\delta}{p_3}\right)^{\gamma-\delta} + b_3$$

$$= X_3^H(p, \bar{u}) \quad \blacksquare$$

3.C EQUAÇÃO DE SLUTSKY:  $\frac{\partial}{\partial p} X^H(p, \bar{u}) = \frac{\partial}{\partial p} X(p, w) + \frac{\partial}{\partial w} X(p, w) \cdot X^T(p, w)$

ENCONTRANDO A MATRIZ DAS DEMANDAS HICKSIANAS/COMPENSADAS EM RELAÇÃO AOS PREÇOS -  $\frac{\partial}{\partial p} X^H(p, \bar{u})$ :

PARA  $X_1^H$  TEM-SE QUE:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_1^H(p, \bar{u})}{\partial p_1} &= (\alpha-1) \cdot \bar{u} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot p_1^{\alpha-2} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} \\ &= (\alpha-1) \cdot \bar{u} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot p_1^{\alpha-2} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_1^H(p, \bar{u})}{\partial p_2} &= \beta \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot p_2^{\beta-1} \cdot \beta^{-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} \\ &= \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot p_2^{-(1-\beta)} \cdot \beta^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} \\ &= \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\delta}\right)^{\delta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_1^H(p, \bar{u})}{\partial p_3} &= \delta \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot p_3^{\delta-1} \cdot \delta^{-\delta} \\ &= \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot p_3^{-(1-\delta)} \cdot \delta^{1-\delta} \\ &= \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\delta}{p_3}\right)^{1-\delta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial X_2^H(p, \bar{\mu})}{\partial p_1} &= \alpha \cdot \bar{\mu} \cdot p_1^{\alpha-1} \cdot \alpha^{-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\alpha}\right)^{\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot p_1^{-(1-\alpha)} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\alpha}\right)^{\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{p_3}{\alpha}\right)^{\alpha}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial X_2^H(p, \bar{\mu})}{\partial p_2} &= (1-\beta) \cdot \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \beta^{1-\beta} \cdot p_2^{\beta-1-\alpha} \cdot \left(\frac{p_3}{\alpha}\right)^{\alpha} \\ &= (1-\beta) \cdot \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \beta^{1-\beta} \cdot p_2^{\beta-2} \cdot \left(\frac{p_3}{\alpha}\right)^{\alpha}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial X_2^H(p, \bar{\mu})}{\partial p_3} &= \alpha \cdot \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot p_3^{\alpha-1} \cdot \alpha^{-\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot p_3^{-(1-\alpha)} \cdot \alpha^{1-\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_3}\right)^{1-\alpha}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial X_3^H(p, \bar{\mu})}{\partial p_1} &= \alpha \cdot \bar{\mu} \cdot p_1^{\alpha-1} \cdot \alpha^{-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_3}\right)^{1-\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot p_1^{-(1-\alpha)} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_3}\right)^{1-\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_3}\right)^{1-\alpha}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial X_3^H(p, \bar{\mu})}{\partial p_2} &= \beta \cdot \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot p_2^{\beta-1} \cdot \beta^{-\beta} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_3}\right)^{1-\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot p_2^{-(1-\beta)} \cdot \beta^{1-\beta} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_3}\right)^{1-\alpha} \\ &= \bar{\mu} \cdot \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{p_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{\alpha}{p_3}\right)^{1-\alpha}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial X_3^H(P, \bar{u})}{\partial P_3} = (\delta - 1) \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{P_1}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{P_2}{\beta}\right)^\beta \cdot \delta^{1-\delta} \cdot P_3^{\delta-1-1}$$

$$= (\delta - 1) \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{P_1}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{P_2}{\beta}\right)^\beta \cdot \delta^{1-\delta} \cdot P_3^{\delta-2}$$

$$D_P X^H(P, \bar{u}) = \begin{bmatrix} \partial X_1^H / \partial P_1 & \partial X_1^H / \partial P_2 & \partial X_1^H / \partial P_3 \\ \partial X_2^H / \partial P_1 & \partial X_2^H / \partial P_2 & \partial X_2^H / \partial P_3 \\ \partial X_3^H / \partial P_1 & \partial X_3^H / \partial P_2 & \partial X_3^H / \partial P_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (\alpha-1) \cdot \bar{u} \cdot \alpha^{1-\alpha} \cdot P_1^{\alpha-2} \cdot \left(\frac{P_2}{\beta}\right)^\beta \cdot \left(\frac{P_3}{\delta}\right)^\delta & \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{P_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{P_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{P_3}{\delta}\right)^\delta & \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{P_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{P_2}\right)^\beta \cdot \left(\frac{\delta}{P_3}\right)^{1-\delta} \\ \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{P_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\beta}{P_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{P_3}{\delta}\right)^\delta & (1-\beta) \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{P_1}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \beta^{1-\beta} \cdot P_2^{\beta-2} \cdot \left(\frac{P_3}{\delta}\right)^\delta & \bar{u} \cdot \left(\frac{P_1}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{\beta}{P_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{\delta}{P_3}\right)^{1-\delta} \\ \bar{u} \cdot \left(\frac{\alpha}{P_1}\right)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{P_2}{\beta}\right)^\beta \cdot \left(\frac{\delta}{P_3}\right)^{1-\delta} & \bar{u} \cdot \left(\frac{P_1}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{\beta}{P_2}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{\delta}{P_3}\right)^{1-\delta} & (\delta-1) \cdot \bar{u} \cdot \left(\frac{P_1}{\alpha}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{P_2}{\beta}\right)^\beta \cdot \delta^{1-\delta} \cdot P_3^{\delta-2} \end{bmatrix}$$

ENCONTRANDO A MATRIZ DAS DEMANDAS MARSHALIANAS/WALRASIANAS EM RELAÇÃO AOS PREÇOS -  $D_P X(P, w)$ :

DAS PÁGINAS 14.A E 15 DA LISTA III SABE-SE QUE:

$$X_1(P, w) = \frac{\alpha}{P_1} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_1$$

$$X_2(P, w) = \frac{\beta}{P_2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_2$$

$$X_3(P, w) = \frac{\delta}{P_3} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_3$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_1(P, w)}{\partial P_1} &= \frac{q}{P_1} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left(\frac{q}{P_1}\right)' \\
 &= \frac{q}{P_1} \cdot (-b_1) + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot (-1) \cdot (q) \cdot (P_1^{-2-1}) \\
 &= -b_1 \cdot \frac{q}{P_1} + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot (-q) \cdot P_1^{-2} \\
 &= -b_1 \cdot \frac{q}{P_1} - \frac{q}{P_1^2} (w - \sum P_i \cdot b_i) \\
 &= \frac{q}{P_1} \left( -b_1 - \frac{w - \sum P_i \cdot b_i}{P_1} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_1(P, w)}{\partial P_2} &= \frac{q}{P_1} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + \cancel{(w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left(\frac{q}{P_1}\right)'} \\
 &= \frac{q}{P_1} \cdot (-b_2) \\
 &= -b_2 \cdot \frac{q}{P_1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_1(P, w)}{\partial P_3} &= \frac{q}{P_1} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + \cancel{(w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left(\frac{q}{P_1}\right)'} \\
 &= \frac{q}{P_1} \cdot (-b_3) \\
 &= -b_3 \cdot \frac{q}{P_1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_2(P, w)}{\partial P_1} &= \frac{P}{P_2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + \cancel{(w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left(\frac{P}{P_2}\right)'} \\
 &= \frac{P}{P_2} \cdot (-b_1) \quad \therefore = -b_1 \cdot \frac{P}{P_2}
 \end{aligned}$$

2013/14<sup>o</sup>

(11)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_2(P, w)}{\partial P_2} &= \frac{P}{P_2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left( \frac{P}{P_2} \right)' \\
 &= \frac{P}{P_2} \cdot (-b_2) + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot (-1) \cdot (P) \cdot P_2^{-1-1} \\
 &= -b_2 \cdot \frac{P}{P_2} - \frac{P}{P_2^2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) \\
 &= \frac{P}{P_2} \left( -b_2 - \frac{w - \sum P_i \cdot b_i}{P_2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_2(P, w)}{\partial P_3} &= \frac{P}{P_2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left( \frac{P}{P_2} \right)' \\
 &= \frac{P}{P_2} \cdot (-b_3) \\
 &= -b_3 \cdot \frac{P}{P_2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_3(P, w)}{\partial P_1} &= \frac{P}{P_3} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left( \frac{P}{P_3} \right)' \\
 &= \frac{P}{P_3} \cdot (-b_1) \\
 &= -b_1 \cdot \frac{P}{P_3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_3(P, w)}{\partial P_2} &= \frac{P}{P_3} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left( \frac{P}{P_3} \right)' \\
 &= \frac{P}{P_3} \cdot (-b_2) \therefore = -b_2 \cdot \frac{P}{P_3}
 \end{aligned}$$

17.14

$$\begin{aligned}\frac{\partial X_3(P, w)}{\partial P_3} &= \frac{\alpha}{P_3} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i)' + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot \left(\frac{\alpha}{P_3}\right)' \\ &= \frac{\alpha}{P_3} \cdot (-b_3) + (w - \sum P_i \cdot b_i) \cdot (-1) \cdot \left(\frac{\alpha}{P_3}\right)' \\ &= -b_3 \cdot \frac{\alpha}{P_3} - \frac{\alpha}{P_3^2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) \\ &= \frac{\alpha}{P_3} \cdot \left(-b_3 - \frac{w - \sum P_i \cdot b_i}{P_3}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial X(P, w)}{\partial P} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial P_1} & \frac{\partial X_1}{\partial P_2} & \frac{\partial X_1}{\partial P_3} \\ \frac{\partial X_2}{\partial P_1} & \frac{\partial X_2}{\partial P_2} & \frac{\partial X_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial X_3}{\partial P_1} & \frac{\partial X_3}{\partial P_2} & \frac{\partial X_3}{\partial P_3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{P_1} \cdot \left(-b_1 - \frac{w - \sum P_i \cdot b_i}{P_1}\right) & -b_2 \cdot \frac{\alpha}{P_1} & -b_3 \cdot \frac{\alpha}{P_1} \\ -b_1 \cdot \frac{\beta}{P_2} & \frac{\beta}{P_2} \cdot \left(-b_2 - \frac{w - \sum P_i \cdot b_i}{P_2}\right) & -b_3 \cdot \frac{\beta}{P_2} \\ -b_1 \cdot \frac{\alpha}{P_3} & -b_2 \cdot \frac{\alpha}{P_3} & \frac{\alpha}{P_3} \cdot \left(-b_3 - \frac{w - \sum P_i \cdot b_i}{P_3}\right) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

ENCONTRANDO A MATRIZ DAS DEMANDAS MARSHALIANAS/WALRASIANAS EM RELAÇÃO A RENDA:

$$\frac{\partial X_1(P, w)}{\partial w} = \frac{\alpha}{P_1} \quad \frac{\partial X_2(P, w)}{\partial w} = \frac{\beta}{P_2} \quad \frac{\partial X_3(P, w)}{\partial w} = \frac{\alpha}{P_3}$$

$$D_x(P, w) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{P_1} \\ \frac{\beta}{P_2} \\ \frac{\gamma}{P_3} \end{bmatrix}$$

ENCONTRANDO A MATRIZ COLUNA DAS DEMANDAS MARSHALIANAS/WALRASIANAS:

$$X(P, w) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{P_1} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_1 \\ \frac{\beta}{P_2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_2 \\ \frac{\gamma}{P_3} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_3 \end{bmatrix}$$

ENTÃO,

$$X^T(P, w) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{P_1} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_1 & \frac{\beta}{P_2} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_2 & \frac{\gamma}{P_3} \cdot (w - \sum P_i \cdot b_i) + b_3 \end{bmatrix}$$

12.A

EXERCÍCIO 4:

A VARIAÇÃO COMPENSADORA PODE SER INTERPRETADA COMO A VARIAÇÃO DE RENDA NECESSÁRIA PARA QUE APÓS A REDUÇÃO/AUMENTO DO PREÇO DE UM <sup>dos bens</sup> MANTENHA O CONSUMIDOR NO NÍVEL DE UTILIDADE INICIAL, MAS SOB OS NOVOS PREÇOS. SENDO ASSIM, ESSA VARIAÇÃO DE RENDA PODE SER POSITIVA (SENAI-DA RENDA PARA O CONSUMIDOR) QUANDO HÁ UM AUMENTO DO PREÇO DE <sup>um dos</sup> BENS COMO PODE SER NEGATIVA (REDUÇÃO DE RENDA DO CONSUMIDOR) NO CASO DE UMA REDUÇÃO DO PREÇO. A EXPRESSÃO DA VARIAÇÃO COMPENSADORA É DADA POR:

$$VC = e(p^1, u^1) - e(p^1, u^0) = w - e(p^1, u^0)$$

EXEMPLIFICANDO, CONSIDERE O CASO DE UM AUMENTO NO PREÇO DO BEM 1.

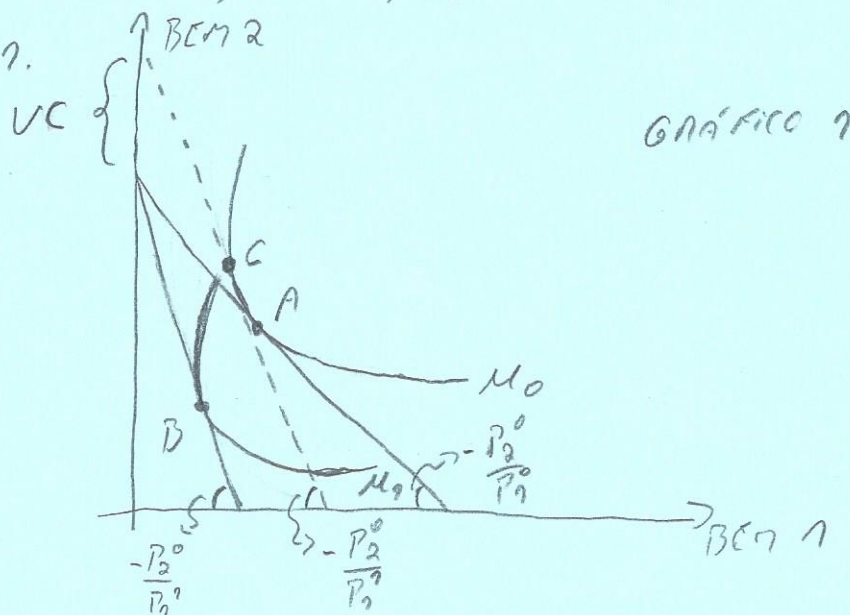


GRÁFICO 1

NOTA-SE PELO GRÁFICO 1 QUE INICIALMENTE O CONSUMIDOR ENCONTRA-SE EM EQUILÍBRIO NA CESTA A COM UM NÍVEL DE UTILIDADE  $M_0$ . POR- TUDO, APÓS O AUMENTO DE PREÇO DO BEM 1 ( $p^1 > p^0$ ) A RETA OR- ÇAMENTÁRIA GIRA PARA A ESQUERDA E O NOVO EQUILÍBRIO SE DÁ NA M- CESTA B, AO NÍVEL  $M_1$ . PORÉM, OBJETIVA-SE A MANTER O CONSU- MIDOR AO NÍVEL DE UTILIDADE INICIAL  $M_0$ , DESSA FORMA, DEVE-SE DAR UMA QUANTIA DE RENDA VC DEIXANDO O CONSUMIDOR COM A RENDA COM-

RENDA (COMPENSAÇÃO POSITIVA). SENDO ASSIM, O NOVO PREÇO É MENOR COMPENSAÇÃO O NOVO EQUILÍBRIO SERÁ NA CESTA C E NÃO MAIS NA CESTA A.

POR SUA VEZ, VARIAÇÃO EQUIVALENTE REFERE-SE A VARIAÇÃO DE RENDA NECESSÁRIA PARA QUE O CONSUMIDOR POSSA ATINGIR ANTES DA MUDANÇA DE PREÇO <sup>DE UM DOS BENS</sup> O NOVO NÍVEL DE UTILIDADE QUE TERIA APÓS A VARIAÇÃO DO PREÇO, MAS SOB OS PREÇOS INICIAIS. LOGO, ASSIM COMO A VARIAÇÃO COMPENSAÇÃO, A VARIAÇÃO DA RENDA PODE SER POSITIVA, OU ZERO, SENDO DADO RENDA AO CONSUMIDOR, NO CASO EM QUE HÁ UMA REDUÇÃO NO PREÇO OU PODE SER NEGATIVA (RETIRADA DE RENDA DO CONSUMIDOR) QUANDO OCORRER UM AUMENTO DO PREÇO. A EXPRESSÃO DA VARIAÇÃO EQUIVALENTE É DADA POR:

$$VE = e(p^0, u_1) - e(p^0, u_0) = e(p^0, u_1) - w$$

EXEMPLIFICANDO, CONSIDERE O CASO DE UM AUMENTO NO PREÇO DO BEM 1.

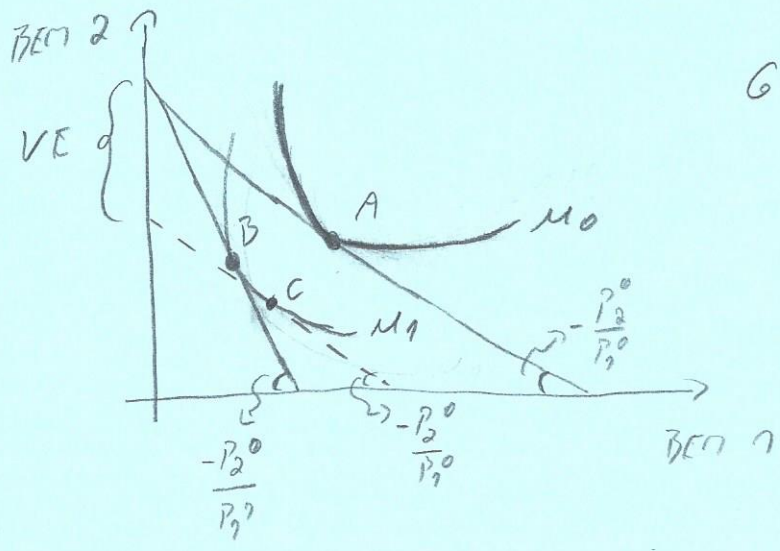


GRÁFICO 2

NOTA-SE PELO GRÁFICO 2 QUE INICIALMENTE O CONSUMIDOR ENCONTRA-SE EM EQUILÍBRIO NA CESTA A CUJO NÍVEL DE UTILIDADE É  $u_0$ . ENTRETANTO, COM UM AUMENTO DO PREÇO DO BEM 1 ( $P_1^1 > P_1^0$ ) A RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA DÁ PARA A ESQUERDA E O NOVO EQUILÍBRIO SE DÁ NA CESTA B. PORÉM, COMO A VARIAÇÃO EQUIVALENTE OBJETIVA

2013/14

ANTECIPAR O NÍVEL DE UTILIDADE QUE O CONSUMIDOR ATINGIRIA APÓS O AUMENTO/REDUÇÃO DO PREÇO DE UM DOS BENS, ENTÃO, PARA O CASO EM ANÁLISE DEVE-SE RETER A UMA QUANTIA DE RENDA VE DEIXANDO O CONSUMIDOR COM A RENDA COMPENSADA (COMPENSAÇÃO NEGATIVA). PORTANTO, COM A RENDA COMPENSADA E SOB OS PREÇOS INICIAIS O NOVO EQUI-LÍBRIO SERÁ NA CESTA C E NÃO NA B.

EMBORA TANTO A VARIAÇÃO COMPENSADORA QUANTO A VARIAÇÃO EQUIVALENTE SÃO AMBAS UTILIZADAS PARA MEDIR O IMPACTO DA MUDANÇA NO AMBIENTE ECONÔMICO SOBRE O BEM-ESTAR DO CONSUMIDOR, FORNECENDO UMA MEDIDA MONETÁRIA PARA A VARIAÇÃO DE UTILIDADE DO CONSUMIDOR, A VARIAÇÃO COMPENSADORA CARACTERIZA-SE POR FORNECER/RETIRAR RENDA DO CONSUMIDOR PARA QUE ESSE MANTENHA O MESMO NÍVEL DE UTILIDADE INICIAL, MAS SOB OS NOVOS PREÇOS. POR SUA VEZ, A VARIAÇÃO EQUIVALENTE OBJETIVA FORNECER/RETIRAR RENDA DO CONSUMIDOR PARA QUE ESSE ATINGA O NÍVEL DE UTILIDADE QUE OBTENHA APÓS O AUMENTO/REDUÇÃO DO PREÇO, MAS SOB OS PREÇOS INICIAIS.

CONSIDERE,

$$w = 60, u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2, p^0 = (1, 1) \text{ e } p^1 = (4, 1)$$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE UTILIDADE - PMU

$$\max x_1 \cdot x_2 \quad \text{s. a} \quad p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = w$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = x_1 \cdot x_2 + \lambda (w - p_1 \cdot x_1 - p_2 \cdot x_2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = x_2 - \lambda \cdot p_1 = 0 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{x_2}{p_1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = x_1 - \lambda \cdot p_2 = 0 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{x_1}{p_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = W - P_1 \cdot X_1 - P_2 \cdot X_2 = 0 \quad \therefore W = P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot X_2$$

(3) 14.A

IGUALANDO AS EQUAÇÕES (1) E (2) OBTÉM-SE:

$$\frac{X_2}{P_1} = \frac{X_1}{P_2}$$

$$X_2 = \frac{P_1}{P_2} \cdot X_1$$

(4)

SUBSTITUINDO (4) NA RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA TEM-SE QUE:

$$W = P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot X_1$$

$$X_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_1}$$

(5)

$$W = P_1 \cdot X_1 + P_1 \cdot X_1$$

$$W = 2 P_1 \cdot X_1$$

SUBSTITUINDO (5) EM (4) TEM-SE QUE:

$$X_2 = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_1}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_2}$$

(6)

ENCONTRANDO A FUNÇÃO UTILIDADE INDIRETA:

$$\mathcal{U}(P, W) = X_1 \cdot X_2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{P_2}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{W^2}{P_1 \cdot P_2}$$

(7)

OBTENDO A FUNÇÃO DESPESA UTILIZANDO A QUALIDADE DE DESSA COM A FUNÇÃO UTILIDADE INDIQUETA:

$$\bar{u} = \frac{1}{4} \cdot \frac{e^2}{p_1 \cdot p_2}$$

$$e^2 = 4 \cdot \bar{u} \cdot p_1 \cdot p_2$$

$$e(p, \bar{u}) = \sqrt{4 \cdot \bar{u} \cdot p_1 \cdot p_2}$$

$$= 2 \sqrt{\bar{u} \cdot p_1 \cdot p_2}$$

CALCULANDO AS UTILIDADES:

PARA  $p^0 = (1, 1)$  E  $w = 60$  TEM-SE QUE:

$$u_0(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{p_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{p_2}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{w^2}{p_1 \cdot p_2}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{(60)^2}{(1) \cdot (1)}$$

$$u_0 = \frac{1}{4} \cdot 3.600$$

$$= 900$$

POR SUA VEZ, PARA  $p^1 = (4, 1)$  E  $w = 60$  TEM-SE QUE:

$$u_1(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{p_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{p_2}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{w^2}{p_1 \cdot p_2}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{(60)^2}{(4) \cdot (1)}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{3.600}{4}$$

$$= 225$$

CALCULANDO A VARIAÇÃO EQUIVALENTE:

75.9

$$\begin{aligned} VE &= \bar{W}(P^0, u_1) - W^0 \\ &= 2 \sqrt{\bar{u}_1 \cdot P_1^0 \cdot P_2^0} - 60 \\ &= 2(225 \cdot 1 \cdot 1)^{1/2} - 60 \\ &= 2(225)^{1/2} - 60 \\ &= 2(15) - 60 \\ &= 30 - 60 \\ &= -30 \end{aligned}$$

CALCULANDO A VARIAÇÃO COMPENSATÓRIA:

$$\begin{aligned} VC &= \bar{W}(P^1, u_0) - W^0 \\ &= 2 \sqrt{\bar{u}_0 \cdot P_1^1 \cdot P_2^1} - 60 \\ &= 2(900 \cdot 4 \cdot 1)^{1/2} - 60 \\ &= 2(3.600)^{1/2} - 60 \\ &= 2(60) - 60 \\ &= 120 - 60 \\ &= 60 \end{aligned}$$

EXERCÍCIO 5:

$$u(x_1, x_2) = x_1^{1/3} \cdot x_2^{2/3}$$

$$P_1^0 = 1$$

$$P_2^0 = 2$$

$$W = 60$$

$$P_2^1 = 3$$

$$VC = ?$$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DE UTILIDADE - PMU

$$\max x_1^{1/3} \cdot x_2^{2/3} \quad \text{s. a} \quad P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 = W$$

$$x_1 \text{ e } x_2 \geq 0$$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(X_1, X_2, \lambda) = X_1^{1/3} \cdot X_2^{2/3} + \lambda(W - P_1 \cdot X_1 - P_2 \cdot X_2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_1} = \frac{1}{3} \cdot X_1^{-2/3} \cdot X_2^{2/3} - \lambda \cdot P_1 = 0 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{\frac{1}{3} \cdot X_1^{-2/3} \cdot X_2^{2/3}}{P_1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_2} = \frac{2}{3} \cdot X_1^{1/3} \cdot X_2^{-1/3} - \lambda \cdot P_2 = 0 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{\frac{2}{3} \cdot X_1^{1/3} \cdot X_2^{-1/3}}{P_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = W - P_1 \cdot X_1 - P_2 \cdot X_2 = 0 \quad \therefore \quad W = P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot X_2 \quad (3)$$

IGUALANDO AS EQUAÇÕES (1) E (2) OBTÉM-SE:

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot X_1^{-2/3} \cdot X_2^{2/3}}{P_1} = \frac{\frac{2}{3} \cdot X_1^{1/3} \cdot X_2^{-1/3}}{P_2}$$

$$\frac{X_2^{2/3}}{X_2^{-1/3}} = \frac{3 \cdot \frac{2}{3} \cdot P_1 \cdot X_1^{1/3}}{3 \cdot P_2 \cdot X_1^{-2/3}}$$

$$X_2 = 2 \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot X_1 \quad (4)$$

SUBSTITUINDO (4) NA RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA TEM-SE QUE:

$$W = P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot 2 \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot X_1$$

$$W = P_1 \cdot X_1 + 2 \cdot P_1 \cdot X_1$$

$$W = 3 \cdot P_1 \cdot X_1$$

$$\boxed{X_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{W}{P_1}}$$

(5)

SUBSTITUINDO (5) EM (4) TEM-SE:

$$X_2 = 2 \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{W}{P_1}$$

16.9

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{W}{P_2}$$

(6)

ENCONTRANDO A FUNÇÃO UTILIDADE INDIRETA:

$$M(P, W) = \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{W}{P_1} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{W}{P_2} \right)^{2/3}$$

$$= \left( \frac{1}{3} \right)^{1/3} \cdot \frac{W^{1/3}}{P_1^{1/3}} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{2/3} \cdot \frac{W^{2/3}}{P_2^{2/3}}$$

$$= (1)^{1/3} \cdot (3)^{-1/3} \cdot W \cdot (2)^{2/3} \cdot (3)^{-2/3} \cdot \frac{1}{P_1^{1/3} \cdot P_2^{2/3}}$$

$$= (1) \cdot (3)^{-1} \cdot (2)^{2/3} \cdot \frac{W}{P_1^{1/3} \cdot P_2^{2/3}}$$

$$= \frac{2^{2/3} \cdot W}{3 \cdot P_1^{1/3} \cdot P_2^{2/3}}$$

(7)

OBTENDO A FUNÇÃO DESPESA UTILIZANDO A DUALIDADE ENTRE ESSA E A FUNÇÃO UTILIDADE INDIRETA:

$$\bar{u} = \frac{2^{2/3} \cdot e}{3 \cdot P_1^{1/3} \cdot P_2^{2/3}}$$

$$\frac{3 \cdot \bar{u} \cdot P_1^{1/3} \cdot P_2^{2/3}}{2^{2/3}} = e$$

$$e(P, \bar{u}) = 3 \cdot 2^{-2/3} \cdot \bar{u} \cdot P_1^{1/3} \cdot P_2^{2/3}$$

(8)

CALCULANDO A UTILIDADE:

# LISTA IV MICROECONOMIA I

2013/14<sup>o</sup>

17

PARA  $p_1^0 = 1$ ,  $p_2^0 = 2$  E  $w = 60$  TEM-SE QUE:

$$u_0(x_1, x_2) = x_1^{1/3} \cdot x_2^{2/3}$$

$$= \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{w}{p_1^0} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{w}{p_2^0} \right)^{2/3}$$

$$= \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{60}{1} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{60}{2} \right)^{2/3}$$

$$= (20)^{1/3} \cdot (20)^{2/3}$$

$$\boxed{= 20}$$

CALCULANDO A VARIAÇÃO COMPENSADORA:

$$VC = \bar{w}(p^1, u_0) - w^0$$

$$= 3 \cdot 2^{-2/3} \cdot \bar{u} \cdot (p_1^1)^{1/3} \cdot (p_2^1)^{2/3} - 60$$

$$= 3 \cdot 2^{-2/3} \cdot 20 \cdot (1)^{1/3} \cdot (3)^{2/3} - 60$$

$$= 78,6 - 60$$

$$\boxed{= 18,6}$$

## EXERCÍCIO 6:

SABE-SE QUE AS FUNÇÕES DE DEMANDA MARSHALIANA / WALRASIANA  $x(p, w)$  SÃO HOMOGÊNEAS DE GRAU ZERO NOS PREÇOS E NA RENDA E UMA VEZ QUE SATISFAZ AO AXIOMA FRACO DA PREFERÊNCIA REVELADA E TAMBÉM A LEI DE WALRAS ESSAS TÃES CONDIÇÕES

7.7.A

IMPLICAÇÃO QUE PELA LEI DA DEMANDA COMPENSADA, QUALQUER MUDANÇA DE PREÇO COMPENSADA DE UMA SITUAÇÃO INICIAL  $(P^0, w^0)$  PARA UM NOVO PAA  $(P^1, w^1)$  EM QUE  $(P^1, w^1) = (P^1, P^1 \cdot x(P, w))$  TEM-SE:

$$(P^1 - P^0) \cdot (x^1(P^1, w^1) - x^0(P^0, w^0)) \leq 0 \quad \therefore dP \cdot dx \leq 0 \quad (1)$$

AGORA DERIVANDO A DEMANDA WALRASIANA OBTÉM-SE:

$$dx = \frac{\partial x(P, w)}{\partial P} \cdot dP + \frac{\partial x(P, w)}{\partial w} \cdot dw \quad (2)$$

MAS PELA COMPENSAÇÃO DE RENDA DE SLUTSKY, ISTO É, MUDANÇAS NOS PREÇOS SERÃO COMPENSADAS POR UMA MUDANÇA NA RENDA TOMANDO A CESTA INICIAL ACESSÍVEL AOS NOVOS PREÇOS, SABE-SE QUE:

$$dw = x(P, w) \cdot dP \quad (3)$$

SUBSTITUINDO (3) EM (2) TEM-SE QUE:

$$dx = \frac{\partial x(P, w)}{\partial P} \cdot dP + \frac{\partial x(P, w)}{\partial w} \cdot x(P, w) \cdot dP \quad (4)$$

EM NOTAÇÃO MATRICIAL:

$$\begin{aligned} dx &= \frac{\partial x(P, w)}{\partial P} \cdot dP + \frac{\partial x(P, w)}{\partial w} \cdot x^T(P, w) \cdot dP \\ &= \left[ \frac{\partial x(P, w)}{\partial P} + \frac{\partial x(P, w)}{\partial w} \cdot x^T(P, w) \right] \cdot dP \end{aligned} \quad (5)$$

EXERCÍCIO 7: SUBSTITUINDO (5) EM (1) TEM-SE:

$$\underbrace{dP \cdot \left[ \frac{\partial x(P, w)}{\partial P} + \frac{\partial x(P, w)}{\partial w} \cdot x^T(P, w) \right] \cdot dP}_{\text{MATRIZ DE SLUTSKY}} \leq 0$$

7.7.A  $P^0 = (1, 3)$  e  $x^0 = (4, 3)$

$P^1 = (3, 3)$  e  $x^1 = (3, 1)$

$$w^0 = P_1^0 \cdot x_1^0 + P_2^0 \cdot x_2^0$$

$$= (1) \cdot (4) + (3) \cdot (3)$$

$$= 4 + 9$$

$$\boxed{= 13}$$

$$w^1 = P_1^1 \cdot x_1^1 + P_2^1 \cdot x_2^1$$

$$= (3) \cdot (3) + (3) \cdot (1)$$

$$= 9 + 3$$

$$\boxed{= 12}$$

2023/1-0

128

$$W' = p_1^0 \cdot x_1^1 + p_2^0 \cdot x_2^1$$

$$= (1) \cdot (3) + (3) \cdot (2)$$

$$= 3 + 6$$

$$= 9$$

$$W'' = p_1^1 \cdot x_1^0 + p_2^1 \cdot x_2^0$$

$$= (3) \cdot (4) + (5) \cdot (3)$$

$$= 12 + 15$$

$$= 27$$

| CESTAS \ PREÇOS | $x^0 = (4, 3)$ | $x^1 = (3, 2)$ |
|-----------------|----------------|----------------|
| $p^0 = (1, 3)$  | 13             | 6              |
| $p^1 = (3, 5)$  | 27             | 14             |

NO PRIMEIRO MOMENTO EM QUE O CONSUMIDOR ESCOLHEU A CESTA  $x^0$  A CESTA  $x^1$  TAMBÉM ESTAVA DISPONÍVEL, POIS A RENTIA DO CONSUMIDOR ERA  $W^0 = 13$  E O CUSTO DE  $x^1$  ERA  $p^0 \cdot x^1 = 6$ . POR SUA VEZ, NO SEGUNDO MOMENTO EM QUE O CONSUMIDOR ESCOLHEU A CESTA  $x^1$  A CESTA  $x^0$  NÃO ESTÁ MAIS DISPONÍVEL PARA O CONSUMIDOR, POIS O CUSTO FINAL DESSA  $p^1 \cdot x^0 = 27$  É SUPERIOR À RENTIA DO CONSUMIDOR DE  $W^1 = 14$ . SENDO ASSIM, COMO A CESTA  $x^0$  NÃO ESTÁ MAIS DISPONÍVEL PARA O CONSUMIDOR QUANDO ESSE ESCOLHEU A CESTA  $x^1$  NÃO HÁ VIOLAÇÃO DO AXIOMA FRACO DA PREFERÊNCIA REVELADA - AFRP.

7.3  $p^0 = (1, 6)$  E  $x^0 = (10, 5)$

$p^1 = (3, 5)$  E  $x^1 = (8, 4)$

$$W^0 = p_1^0 \cdot x_1^0 + p_2^0 \cdot x_2^0$$

$$= (1) \cdot (10) + (6) \cdot (5)$$

$$= 10 + 30$$

$$= 40$$

$$W^1 = p_1^1 \cdot x_1^1 + p_2^1 \cdot x_2^1$$

$$= (3) \cdot (8) + (5) \cdot (4)$$

$$= 24 + 20$$

$$= 44$$

$$W' = P_1^0 \cdot X_1^1 + P_2^0 \cdot X_2^1$$

$$= (1) \cdot (8) + (6) \cdot (4)$$

$$= 8 + 24$$

$$= 32$$

$$W'' = P_1^1 \cdot X_1^0 + P_2^1 \cdot X_2^0$$

$$= (3) \cdot (10) + (5) \cdot (5)$$

$$= 30 + 25$$

$$= 55$$

(18.11)

| CESTAS<br>PREÇOS | $X^0 = (10, 5)$ | $X^1 = (8, 4)$ |
|------------------|-----------------|----------------|
| $P^0 = (1, 6)$   | 40              | 32             |
| $P^1 = (3, 5)$   | 55              | 44             |

NO PRIMEIRO MOMENTO EM QUE O CONSUMIDOR ESCOLHE A CESTA  $X^0$

A CESTA  $X^1$  ESTÁ DISPONÍVEL PARA ESSE, POIS O CUSTO DA  $X^1$  QUE É DE  $P^0 \cdot X^1 = 32$  É INFERIOR A RENDA DO CONSUMIDOR  $W^0 = 40$ . PORTANTO,

NO SEGUNDO MOMENTO QUANDO O CONSUMIDOR OPTA PELA CESTA  $X^1$  A CESTA  $X^0$  NÃO ESTÁ MAIS DISPONÍVEL PARA ESSE, POIS A RENDA DO CONSUMIDOR,  $W^1 = 44$ , NÃO É SUFICIENTE PARA ADQUIRIR A CESTA  $X^0$  E, PORTANTO, NÃO HÁ VIOLAÇÃO DO AXIOMA FRACO DA PREFERÊNCIA REVELADA - AFPR.

4.C  $P^0 = (1, 2)$  E  $X^0 = (3, 1)$

$P^1 = (2, 2)$  E  $X^1 = (1, 2)$

$$W^0 = P_1^0 \cdot X_1^0 + P_2^0 \cdot X_2^0$$

$$= (1) \cdot (3) + (2) \cdot (1)$$

$$= 3 + 2$$

$$= 5$$

$$W^1 = P_1^1 \cdot X_1^1 + P_2^1 \cdot X_2^1$$

$$= (2) \cdot (1) + (2) \cdot (2)$$

$$= 2 + 4$$

$$= 6$$

2013/17<sup>o</sup>

(79)

$$W^1 = P_1^0 \cdot X_1^1 + P_2^0 \cdot X_2^1$$

$$= (1) \cdot (1) + (2) \cdot (2)$$

$$= 1 + 4$$

$$\boxed{= 5}$$

$$W'' = P_1^1 \cdot X_1^0 + P_2^1 \cdot X_2^0$$

$$= (2) \cdot (3) + (2) \cdot (1)$$

$$= 6 + 2$$

$$\boxed{= 8}$$

| CESTAS<br>PREÇOS | $X^0 = (3, 1)$ | $X^1 = (1, 2)$ |
|------------------|----------------|----------------|
| $P^0 = (1, 2)$   | 5              | 5              |
| $P^1 = (2, 2)$   | 8              | 6              |

NO PRIMEIRO MOMENTO EM QUE O CONSUMIDOR ESCOLHEU A CESTA  $X^0$  A CESTA  $X^1$  TAMBÉM ESTAVA DISPONÍVEL, POIS O CUSTO DE AQUISIÇÃO DESSA,  $P^0 \cdot X^1 = 5$ , É IGUAL A RENDA DO CONSUMIDOR  $W^0 = 5$ . POR SUA VEZ, NO SEGUNDO MOMENTO QUANDO O CONSUMIDOR ESCOLHEU A CESTA  $X^1$  A  $X^0$  NÃO ESTÁ MAIS DISPONÍVEL PARA ESSE, POIS A RENDA DO CONSUMIDOR,  $W^1 = 6$ , É INFERIOR AO CUSTO DE  $X^0$ ,  $P^1 \cdot X^0 = 8$ . SENDO ASSIM,

NÃO HÁ VIOLAÇÃO DO AXIOMA FRACO DA PREFERÊNCIA REVELADA - AFPR.

(7.1)  $P^0 = (2, 6)$  E  $X^0 = (20, 10)$

$$P^1 = (3, 5) \text{ E } X^1 = (18, 4)$$

$$W^0 = P_1^0 \cdot X_1^0 + P_2^0 \cdot X_2^0$$

$$= (2) \cdot (20) + (6) \cdot (10)$$

$$= 40 + 60$$

$$\boxed{= 100}$$

$$W^1 = P_1^1 \cdot X_1^1 + P_2^1 \cdot X_2^1$$

$$= (3) \cdot (18) + (5) \cdot (4)$$

$$= 54 + 20$$

$$\boxed{= 74}$$

$$W' = p_1^0 \cdot x_1^1 + p_2^0 \cdot x_2^1$$

$$= (2) \cdot (18) + (6) \cdot (4)$$

$$= 36 + 24$$

$$= 60$$

$$W'' = p_1^1 \cdot x_1^0 + p_2^1 \cdot x_2^0$$

$$= (3) \cdot (20) + (5) \cdot (10)$$

$$= 60 + 50$$

$$= 110$$

19.9

| cestas \ preços | $x^0 = (20, 10)$ | $x^1 = (18, 4)$ |
|-----------------|------------------|-----------------|
| $p^0 = (2, 6)$  | 100              | 60              |
| $p^1 = (3, 5)$  | 110              | 74              |

QUANDO O CONSUMIDOR ESCOLHEU A CESTA  $x^0$  A CESTA  $x^1$  TAMBÉM ESTAVA DISPONÍVEL PARA ESSE, POIS O CUSTO PARA ADQUIRIR  $x^1$ ,  $p^0 \cdot x^1 = 60$ , É INFERIOR A RENDA DO CONSUMIDOR -  $w^0 = 100$ . POR SUA VEZ, QUANDO O CONSUMIDOR OPTOU PELA CESTA  $x^1$  A  $x^0$  NÃO ESTAVA MAIS DISPONÍVEL, POIS O CUSTO DESSA -  $p^1 \cdot x^0 = 110$  - É SUPERIOR A RENDA DO CONSUMIDOR SENDO ASSIM, NÃO HÁ VIOLAÇÃO DO AXIOMA FALCO DA PREFERÊNCIA REVELADA - AFPR.

### EXERCÍCIO 8:

$$p^0 = (1, 1, 2) \text{ e } x^0 = (5, 19, 9)$$

8.A

$$p^1 = (1, 1, 1) \text{ e } x^1 = (12, 12, 12)$$

$$p^2 = (1, 2, 1) \text{ e } x^2 = (27, 11, 1)$$

$$w^0 = p_1^0 \cdot x_1^0 + p_2^0 \cdot x_2^0 + p_3^0 \cdot x_3^0$$

$$= (1) \cdot (5) + (1) \cdot (19) + (2) \cdot (9)$$

$$= 5 + 19 + 18$$

$$= 42$$

$$w^1 = p_1^1 \cdot x_1^1 + p_2^1 \cdot x_2^1 + p_3^1 \cdot x_3^1$$

$$= (1) \cdot (12) + (1) \cdot (12) + (1) \cdot (12)$$

$$= 12 + 12 + 12$$

$$= 36$$

# LISTA IV MICROECONOMIA I

2013/14-0

(20)

CONSIDERANDO  $P^1 = (1, 2, 1) = P^2$  E  $X^0 = (27, 11, 1) = X^2$  TEM-SE QUE:

$$\begin{aligned} W^2 &= P_1^2 \cdot X_1^2 + P_2^2 \cdot X_2^2 + P_3^2 \cdot X_3^2 \\ &= (1) \cdot (27) + (2) \cdot (11) + (1) \cdot (1) \\ &= 27 + 22 + 1 \\ &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W^1 &= P_1^0 \cdot X_1^1 + P_2^0 \cdot X_2^1 + P_3^0 \cdot X_3^1 \\ &= (1) \cdot (12) + (1) \cdot (12) + (2) \cdot (12) \\ &= 12 + 12 + 24 \\ &= 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W'' &= P_1^0 \cdot X_1^2 + P_2^0 \cdot X_2^2 + P_3^0 \cdot X_3^2 \\ &= (1) \cdot (27) + (1) \cdot (11) + (2) \cdot (1) \\ &= 27 + 11 + 2 \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W''' &= P_1^1 \cdot X_1^0 + P_2^1 \cdot X_2^0 + P_3^1 \cdot X_3^0 \\ &= (1) \cdot (5) + (1) \cdot (19) + (1) \cdot (9) \\ &= 5 + 19 + 9 \\ &= 33 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W^{IV} &= P_1^1 \cdot X_1^2 + P_2^1 \cdot X_2^2 + P_3^1 \cdot X_3^2 \\ &= (1) \cdot (27) + (1) \cdot (11) + (1) \cdot (1) \\ &= 27 + 11 + 1 \\ &= 39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W^V &= P_1^2 \cdot X_1^0 + P_2^2 \cdot X_2^0 + P_3^2 \cdot X_3^0 \\ &= (1) \cdot (5) + (2) \cdot (19) + (1) \cdot (9) \\ &= 5 + 38 + 9 \\ &= 52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W^{VI} &= P_1^2 \cdot X_1^1 + P_2^2 \cdot X_2^1 + P_3^2 \cdot X_3^1 \\ &= (1) \cdot (12) + (2) \cdot (12) + (1) \cdot (12) \\ &= 12 + 24 + 12 \\ &= 48 \end{aligned}$$

| CESTAS<br>PREÇOS  | $X^0 = (5, 19, 9)$ | $X^1 = (12, 12, 12)$ | $X^2 = (27, 11, 1)$ |
|-------------------|--------------------|----------------------|---------------------|
| $P^0 = (1, 1, 2)$ | 42                 | 48                   | 40<br>DISPONÍVEL    |
| $P^1 = (1, 1, 1)$ | 33<br>DISPONÍVEL   | 36                   | 39                  |
| $P^2 = (1, 2, 1)$ | 52                 | 48<br>DISPONÍVEL     | 50                  |

NO PRIMEIRO MOMENTO A CESTA  $x^1$  NÃO ESTÁ DISPONÍVEL PARA O CONSUMIDOR, POIS O CUSTO DESSA,  $p^0 \cdot x^1 = 48$ , É SUPERIOR A RENDA DO CONSUMIDOR,  $w^0 = 42$ . ENTANTO, A CESTA  $x^2$  ESTÁ DISPONÍVEL, POIS TEM CUSTO IGUAL À  $p^0 \cdot x^2 = 40$ . MAS  $x^0$  É REVELADA PREFERIDA A  $x^2 - x^0 \succeq^* x^2$ , POIS O CONSUMIDOR OBEDECE A LEI DE WALRAS E GASTA TODA A RENDA. (20,1)

NO SEGUNDO MOMENTO A CESTA  $x^2$  NÃO ESTÁ DISPONÍVEL PARA O CONSUMIDOR, POIS O CUSTO DESSA,  $p^1 \cdot x^2 = 39$ , É SUPERIOR A RENDA DO CONSUMIDOR,  $w^1 = 36$ . ENTANTO, A CESTA  $x^0$  ESTÁ DISPONÍVEL, POIS TEM CUSTO IGUAL À  $p^1 \cdot x^0 = 33$ . MAS  $x^1$  É REVELADA PREFERIDA A  $x^0 - x^1 \succeq^* x^0$ , POIS O CONSUMIDOR OBEDECE A LEI DE WALRAS E GASTA TODA A RENDA.

POR ÚLTIMO, NO TERCEIRO MOMENTO A CESTA NÃO DISPONÍVEL PARA O CONSUMIDOR É A  $x^0$ , POIS TEM CUSTO,  $p^2 \cdot x^0 = 32$ , SUPERIOR À RENDA DO CONSUMIDOR ( $w^2 = 30$ ). TODAVIA, A CESTA  $x^1$  ESTÁ DISPONÍVEL PARA O CONSUMIDOR HAJA VISTO QUE POSSUI CUSTO ( $p^2 \cdot x^1 = 48$ ) INFERIOR À RENDA DO CONSUMIDOR. TODAVIA, COMO O CONSUMIDOR OBEDECE A LEI DE WALRAS, ISTO É, GASTA TODA A RENDA,  $x^2$  É REVELADA PREFERIDA A  $x^1 - x^2 \succeq^* x^1$ .

SENDO ASSIM, ESSE CONJUNTO DE CESTAS OBEDECE AO AXIOMA FRACO DA PREFERÊNCIA REVELADA.

**P.3** OBSERVANDO AS PREFERÊNCIAS REVELADAS ACIMA NOTA-SE QUE NO PRIMEIRO MOMENTO  $x^0 \succeq^* x^2$  E POR SUA VEZ NO SEGUNDO MOMENTO  $x^1 \succeq^* x^0$ . SENDO ASSIM, POR TRANSITIVIDADE ENA DE SE ESPERAR QUE  $x^1 \succeq^* x^2$ . NO ENTANTO, O RESULTADO OBTIDO NO TERCEIRO MOMENTO FOI  $x^2 \succeq^* x^1$  PROVANDO A INTRANSITIVIDADE NA PREFERÊNCIA REVELADA.

EXERCÍCIO 9:

UMA VEZ QUE A FUNÇÃO DE DEMANDA MARSHALIANA/WALRASIANA É HOMOGÊNEA DE GRAU ZERO E SATISFAZ A LEI DE WALRAS SABE-SE. POR DEFINIÇÃO QUE  $X(P, w)$  SATISFAZ O AXIOMA FRACO DA PREFERÊNCIA REVELADA SE, E SÓENTE SE,

$$(P' - P) \cdot (X' - X) \leq 0$$

SUPONDO,

$$dP \cdot S(P, w) \cdot dP < 0 \quad (1)$$

(CONTUDO, PELA LEI DA DEMANDA COMPENSADA TEM-SE QUE:

$$dX = S(P, w) \cdot dP \quad (2)$$

SUBSTITUINDO (2) EM (1) OBTÉM-SE:

$$dP \cdot dX < 0$$

OU DE OUTRA FORMA:

$$(P' - P) \cdot (X' - X) < 0 \quad \blacksquare$$

EXERCÍCIO 10:

$$\frac{\partial u}{\partial w} = b \cdot w^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial w^2} = (-1) \cdot b \cdot w^{-2}$$

$$\eta(w) = - \frac{\partial^2 u / \partial w^2}{\partial u / \partial w}$$

$$= - \frac{(-1) \cdot b \cdot w^{-2}}{b \cdot w^{-1}}$$

$$\eta(w) = -(-1) \cdot w^{-1} = \frac{1}{w}$$

SEMO ASSIM, PARA QUALQUER VALOR DE  $b$  A FUNÇÃO UTILIDADE ESPERADA APRESENTA AVERSÃO AO RISCO ABSOLUTA DECRESCENTE. POIS A MEDIDA QUE A RENDA DO CONSUMIDOR AUMENTA ESSE TORNAR-SE MENOS AVERSO AO RISCO. ENTÃO, CONCLUI-SE QUE AVERSÃO AO RISCO ABSOLUTA DECRESCENTE INDEPENDENTE DOS VALORES DE  $b$ .

EXERCÍCIO 11:

$$\frac{\partial M}{\partial w} = b + 2cw \qquad \frac{\partial^2 M}{\partial w^2} = 2c$$

$$\begin{aligned} \eta(w) &= - \frac{\partial^2 M / \partial w^2}{\partial M / \partial w} \\ &= - \frac{2c}{b + 2cw} \end{aligned}$$

COMO SE SABE, A  $u(w)$  DE UM CONSUMIDOR AVERSO AO RISCO DEVE SER CÔNCAVA. PORTANTO,  $u''$  TEM QUE SER MENOR QUE ZERO, SENDO ASSIM,  $c$  TERÁ QUE SER MENOR DO QUE ZERO -  $c < 0$ . POR SUA VEZ, SABE-SE QUE A  $u'$  TEM QUE SER CRESCENTE IMPLICANDO QUE:  $b + 2cw > 0$

$$\begin{aligned} b + 2cw &> 0 \\ b &> -2cw \end{aligned}$$

MAS VISTO QUE  $c < 0$  ENTÃO  $b$  SERÁ MAIOR QUE ZERO -  $b > 0$ .

PORTANTO, PARA QUE A FUNÇÃO UTILIDADE PARA APRESENTE AVERSÃO AO RISCO  $c < 0$  E  $b > 0$  SENDO INDEPENDENTE DO VALOR DE  $w$ .

EXERCÍCIO 12:

LISTA IV MICROECONOMIA I

2013/1º

(22)

UMA VEZ QUE A ELASTICIDADE É DADA POR:

$$\epsilon = \frac{\Delta Y / Y}{\Delta X / X}$$

$$= \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot \frac{X}{Y}$$

POR SUA VEZ,

$$\pi_a(w) = - \frac{\mu''}{\mu'}$$

$$\mu'' = \frac{\partial^2 \mu}{\partial w^2} \quad \text{e} \quad \mu' = \frac{\partial \mu}{\partial w}$$

COMO

$$\pi_n(w) = \pi_a \cdot w$$

$$= - \frac{\mu''}{\mu'} \cdot w$$

$$= - \mu'' \cdot \frac{w}{\mu'}$$

$$= - \frac{\partial \mu'}{\partial w} \cdot \frac{w}{\mu'}$$

$$= - \frac{\Delta \mu'}{\Delta w} \cdot \frac{w}{\mu'}$$

22.9