

EXERCÍCIO 1:

CONSUMIDOR A: $P_1 W_A^1 + P_2 W_A^2 = P_1 X_A^1 + P_2 X_A^2$

CONSUMIDOR B: $P_1 W_B^1 + P_2 W_B^2 = P_1 X_B^1 + P_2 X_B^2$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE - PMU:

$\max U_A(X_A^1, X_A^2)$

S. A

$\bar{U} = U_B(X_B^1, X_B^2)$

$W^1 = X_A^1 + X_B^1$

$W^2 = X_A^2 + X_B^2$

Montando a Lagrangiana:

$$L(X_A^1, X_A^2, X_B^1, X_B^2, \lambda, \mu_1, \mu_2) = U_A(X_A^1, X_A^2) + \lambda(\bar{U} - U_B(X_B^1, X_B^2)) + \mu_1(W^1 - X_A^1 - X_B^1) + \mu_2(W^2 - X_A^2 - X_B^2)$$

Condições de Primeira Ordem - CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial X_A^1} = 0 \therefore \frac{\partial U_A}{\partial X_A^1} - \mu_1 = 0 \therefore \mu_1 = UMg_{X_A^1} \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_A^2} = 0 \therefore \frac{\partial U_A}{\partial X_A^2} - \mu_2 = 0 \therefore \mu_2 = UMg_{X_A^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_B^1} = 0 \therefore -\lambda \cdot \frac{\partial U_B}{\partial X_B^1} - \mu_1 = 0 \therefore \mu_1 = -\lambda UMg_{X_B^1} \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_B^2} = 0 \therefore -\lambda \cdot \frac{\partial U_B}{\partial X_B^2} - \mu_2 = 0 \therefore \mu_2 = -\lambda UMg_{X_B^2} \quad (4)$$

Dividindo (1) por (2):

7A

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{UMg_{X_A^1}}{UMg_{X_A^2}} = TMS_A$$

(5)

Dividindo (3) por (4):

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{-X UMg_{X_B^1}}{-X UMg_{X_B^2}} = \frac{UMg_{X_B^1}}{UMg_{X_B^2}} = TMS_B$$

(6)

CONTUDO, NO EQUILÍBRIO COMPETITIVO $TMS_A = TMS_B$, POIS CASO CONTRÁRIO HAVERIA ALGUMA TROCA QUE FAZIA CADA CONSUMIDOR MELHORAR.

POIS SUA VEZ, NOS PROBLEMAS DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE TANTO O CONSUMIDOR A QUANTO O CONSUMIDOR B MAXIMIZAM A UTILIDADE DELES LEVANDO EM CONTA AS RESPECTIVAS RESTRIÇÕES ORÇAMENTÁRIAS. E, SENDO ASSIM, SE AMBOS SE DEFRONTAM COM OS MESMOS PREÇOS P_1 E P_2 TER-SE:

$$\frac{\partial u_A / \partial X_A^1}{\partial u_A / \partial X_A^2} = \frac{P_1}{P_2} = TMS_A$$

(7)

$$\frac{\partial u_B / \partial X_B^1}{\partial u_B / \partial X_B^2} = \frac{P_1}{P_2} = TMS_B$$

(8)

LOGO, NOTA-SE QUE AS CONDIÇÕES DE EFICIÊNCIA NO SENTIDO DE PARETO (5) E (6) SÃO IDÊNTICAS AS ESCOLHAS ÓTIMAS DO CONSUMIDOR (7) E (8). DESSA FORMA,

$$TMS_A = TMS_B = \frac{P_1}{P_2}$$



EXERCÍCIO 2:

CONSUMIDOR A: $P_1 W_A^1 + P_2 W_A^2 = P_1 X_A^1 + P_2 X_A^2 = MA$

CONSUMIDOR B: $P_1 W_B^1 + P_2 W_B^2 = P_1 X_B^1 + P_2 X_B^2 = MB$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE - PMU:

$\max U_A(X_A^1, X_A^2) = (X_A^1)^{\alpha} \cdot (X_A^2)^{\beta}$ s. a $P_1 X_A^1 + P_2 X_A^2 = MA$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$\mathcal{L}(X_A^1, X_A^2, \lambda) = (X_A^1)^{\alpha} \cdot (X_A^2)^{\beta} + \lambda (MA - P_1 X_A^1 - P_2 X_A^2)$

CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM - CPO:

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_A^1} = 0 \therefore \alpha (X_A^1)^{\alpha-1} (X_A^2)^{\beta} - \lambda P_1 = 0 \therefore \lambda = \frac{\alpha (X_A^1)^{\alpha-1} (X_A^2)^{\beta}}{P_1}$ (1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_A^2} = 0 \therefore \beta (X_A^1)^{\alpha} \cdot (X_A^2)^{\beta-1} - \lambda P_2 = 0 \therefore \lambda = \frac{\beta (X_A^1)^{\alpha} \cdot (X_A^2)^{\beta-1}}{P_2}$ (2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \therefore MA - P_1 X_A^1 - P_2 X_A^2 = 0 \therefore MA = P_1 X_A^1 + P_2 X_A^2$ (3)

IGUALANDO (1) E (2):

$$\frac{\alpha (X_A^1)^{\alpha-1} (X_A^2)^{\beta}}{P_1} = \frac{\beta (X_A^1)^{\alpha} \cdot (X_A^2)^{\beta-1}}{P_2}$$

$$\frac{(X_A^2)^{\beta}}{(X_A^2)^{\beta-1}} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{(X_A^1)^{\alpha}}{(X_A^1)^{\alpha-1}}$$

$$X_A^2 = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot X_A^1$$
 (4)

SUBSTITUINDO (4) EM (3):

$$MA = P_A \cdot X_A^1 + P_B \cdot \frac{P_A}{P_B} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot X_A^1$$

$$MA = P_A \cdot X_A^1 \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right)$$

$$\boxed{X_A^1 = \frac{MA}{P_A} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)} \quad \text{DEMANDA POR } X_A^1 \quad (5)$$

SUBSTITUINDO (5) EM (4):

$$X_A^2 = \frac{P_B}{P_A} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{MA}{P_A} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)$$

$$\boxed{= \frac{MA}{P_A} \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta} \right)} \quad \text{DEMANDA POR } X_A^2$$

PARA O CONSUMIDOR B TEM-SE:

$$\boxed{X_B^1 = \frac{MB}{P_A} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right)}$$

DEMANDA POR X_B^1

$$\boxed{X_B^2 = \frac{MB}{P_A} \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta} \right)}$$

DEMANDA POR X_B^2

NO EQUILÍBRIO COMPETITIVO TEM-SE:

$$X_A^1 + X_B^1 = W_A^1 + W_B^1$$

(6)

LOGO,

$$\frac{MA}{P_A} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) + \frac{MB}{P_A} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) = W_A^1 + W_B^1$$

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) \cdot \left(\frac{MA}{P_A} + \frac{MB}{P_A} \right) = W_A^1 + W_B^1$$

2013/14

$$\frac{P_1 W_A^1 + P_2 W_A^2}{P_1} + \frac{P_1 W_B^1 + P_2 W_B^2}{P_1} = (W_A^1 + W_B^1) \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha} \right)$$

$$P_1 (W_A^1 + W_B^1) + P_2 (W_A^2 + W_B^2) = P_1 (W_A^1 + W_B^1) \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha} \right)$$

$$P_2 (W_A^2 + W_B^2) = \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha} - 1 \right) P_1 (W_A^1 + W_B^1)$$

$$P_2 (W_A^2 + W_B^2) = \frac{\beta}{\alpha} P_1 (W_A^1 + W_B^1)$$

$$P_2 = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{(W_A^1 + W_B^1)}{(W_A^2 + W_B^2)} \cdot P_1$$

FAZENDO $P_1 = 1$ TEM-SE:

$$P_2 = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{(W_A^1 + W_B^1)}{(W_A^2 + W_B^2)}$$

FAZENDO $P_2 = 1$ TEM-SE:

$$P_1 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{(W_A^2 + W_B^2)}{(W_A^1 + W_B^1)}$$

OBS: ISSES PREÇOS ACIMA REFEREM-SE AO EQUILÍBRIO COMPETITIVO PARA O BEM 1 - EXPRESSÃO (6). TODAVIA, SE FOR DESENVOLVIDO PARA O BEM 2 CHEGARÁ AOS MESMO VALORES.

EXERCÍCIO 3:

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO:

$$\max X = f(L_x, K_x) \quad \text{s. A}$$

$$\bar{Y} = g(L_Y, K_Y)$$

$$\bar{L} = L_x + L_Y \therefore L_Y = \bar{L} - L_x$$

$$\bar{K} = K_x + K_Y \therefore K_Y = \bar{K} - K_x$$

CONSTRUINDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(L_x, K_x, \lambda) = f(L_x, K_x) + \lambda (\bar{Y} - g(L_y, K_y))$$

(3.9)

CONDIÇÕES DE MINIMAÇÃO ORDEM - CPO:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_x} = 0 \therefore \frac{\partial f}{\partial L_x} - \lambda \frac{\partial g}{\partial L_y} \cdot \frac{\partial L_y}{\partial L_x} = 0 \therefore PMg_{L_x} - \lambda \cdot PMg_{L_y} \cdot (-1) = 0$$

$$\text{Logo, } \lambda = - \frac{PMg_{L_x}}{PMg_{L_y}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_x} = 0 \therefore \frac{\partial f}{\partial K_x} - \lambda \frac{\partial g}{\partial K_y} \cdot \frac{\partial K_y}{\partial K_x} = 0 \therefore PMg_{K_x} - \lambda PMg_{K_y} \cdot (-1) = 0$$

$$\text{Logo, } \lambda = - \frac{PMg_{K_x}}{PMg_{K_y}} \quad (2)$$

IGUALANDO (1) E (2):

$$- \frac{PMg_{L_x}}{PMg_{L_y}} = - \frac{PMg_{K_x}}{PMg_{K_y}} \quad \times (-1)$$

$$\boxed{\frac{PMg_{K_x}}{PMg_{L_x}} = \frac{PMg_{K_y}}{PMg_{L_y}}} \quad \blacksquare$$

EXERCÍCIO 4:

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO:

$$\max X = f_1(K_1, L_1) + f_2(K_2, L_2) \quad \text{s. A}$$

$$\bar{L} = L_1 + L_2 \therefore L_2 = \bar{L} - L_1$$

$$\bar{K} = K_1 + K_2 \therefore K_2 = \bar{K} - K_1$$

$$\frac{\partial X}{\partial K_1} = 0 \therefore \frac{\partial f_1}{\partial K_1} + \frac{\partial f_2}{\partial K_2} \cdot \frac{\partial K_2}{\partial K_1} \therefore PMg_{K_1} + PMg_{K_2} \cdot (-1) = 0$$

2023/2024

(4)

Logo, $\boxed{PMg_{K1} = PMg_{K2}}$ ■

$$\frac{\partial X}{\partial L_1} = 0 \therefore \frac{\partial f_1}{\partial L_1} + \frac{\partial f_2}{\partial L_2} \cdot \frac{\partial L_2}{\partial L_1} = 0 \therefore PMg_{L1} + PMg_{L2} (-1) = 0$$

Logo, $\boxed{PMg_{L1} = PMg_{L2}}$ ■

EXERCÍCIO 5:

5.A PARA A EMPRESA 1:

$$\begin{aligned} Q_1 &= K_1^{0,25} L_1^{0,75} \\ &= (16)^{0,25} \cdot (30)^{0,75} \\ &= 37,6 \end{aligned}$$

PARA A EMPRESA 2:

$$\begin{aligned} Q_2 &= K_2^{0,25} L_2^{0,75} \\ &= (625)^{0,25} \cdot (30)^{0,75} \\ &= 94,0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_T &= Q_1 + Q_2 \\ &= 37,6 + 94,0 \end{aligned}$$

$\boxed{= 131,6}$ PRODUÇÃO TOTAL

5.B $Q_1 = (16)^{0,25} L_1^{0,75}$
 $= 2L_1^{0,75}$

$$\begin{aligned} Q_2 &= (625)^{0,25} L_2^{0,75} \\ &= 5L_2^{0,75} \end{aligned}$$

$$Q_T = 2L_1^{0,75} + 5L_2^{0,75}$$

(A)

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO:

$$\max Q_T = 2L_1^{0,75} + 5L_2^{0,75} \quad \text{s. a} \quad L_1 + L_2 = 100$$

4.A

PORTANTO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(L_1, L_2, \lambda) = 2L_1^{0,75} + 5L_2^{0,75} + \lambda(100 - L_1 - L_2)$$

CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM - CPO:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_1} = 0 \therefore 1,5L_1^{-0,25} - \lambda = 0 \therefore \lambda = 1,5L_1^{-0,25} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_2} = 0 \therefore 3,75L_2^{-0,25} - \lambda = 0 \therefore \lambda = 3,75L_2^{-0,25} \quad (2)$$

IGUALANDO (1) E (2):

$$1,5L_1^{-0,25} = 3,75L_2^{-0,25}$$

$$\frac{L_1^{-0,25}}{L_2^{-0,25}} = 2,5$$

$$L_2 = 39,0625L_1 \quad (3)$$

SUBSTITUINDO (3) NA RESTRIÇÃO:

$$L_1 + 39,0625L_1 = 100$$

$$L_1 = 2,4967 \therefore L_2 = 97,5039$$

SUBSTITUINDO EM (A):

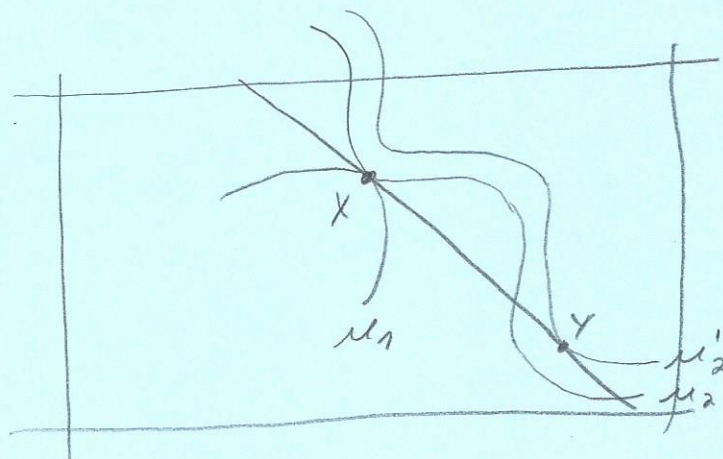
$$Q_T = 2(2,4967)^{0,75} + 5(97,5039)^{0,75}$$

$$= 159,17624 \quad \text{PRODUÇÃO TOTAL}$$

LOGO, NOTA-SE QUE QUANDO AS EMPRESAS AGEM COMPETITIVAMENTE O NÍVEL DE PRODUÇÃO É MAIOR, ISTO É, A ALOCAÇÃO DOS FATORES DE PRODUÇÃO ENTRE AS EMPRESAS É MAIS EFICIENTE.

EXERCÍCIO 7:

CONFORME O SEGUNDO TEOREMA DO BEN-ESTAR SE AS PREFERÊNCIAS SÃO CONVEXAS E NÃO-SACIADAS, ENTÃO, O PARETO ÓTIMO SERÁ UM EQUILÍBRIO NO MERCADO COMPETITIVO COM TRANSFERÊNCIA. MAS UMA VEZ QUE O ÓTIMO DE PARETO OCORRE QUANDO A CURVA DE UTILIDADE DOS CONSUMIDORES SE TANGENCIAM, ENTÃO, SE AS PREFERÊNCIAS DESSES CONSUMIDORES NÃO FORAM CONVEXAS O ÓTIMO DE PARETO OCORRERÁ, TODAVIA, O EQUILÍBRIO COMPETITIVO NÃO EXISTIRÁ.



MOTA-SE PELO GRÁFICO ACIMA QUE COM PREFERÊNCIAS NÃO CONVEXAS O CONSUMIDOR 2 NÃO PREFERIA O CONSUMO NA CESTA Y QUE ESTÁ SOB UMA CURVA DE INDIFERENÇA COM UTILIDADE MAIOR, MAS QUE NÃO TANGENCIA A CURVA DE UTILIDADE DO CONSUMIDOR 1. SENDO ASSIM, OCORRE O ÓTIMO DE PARETO, CONTUDO, O MERCADO NÃO ESTÁ EM EQUILÍBRIO. LOGO, NESTE CASO, O ÓTIMO DE PARETO SERÁ UM EQUILÍBRIO COMPETITIVO APENAS COM TRANSFERÊNCIA DE RENDA DO CONSUMIDOR 2 PARA O 1.

EXERCÍCIO 8:

SIM. PELA DEFINIÇÃO DO PRIMEIRO TEOREMA DO BEN-ESTAR SABE-SE QUE QUANDO UMA ECONOMIA DE TROCAS PURAS ATINGE O EQUILÍBRIO COMPETITIVO ESSE É EFICIENTE NO SENTIDO DE PARETO. POR SUA VEZ, NUNCA ECONOMIA COM PRODUÇÃO ESSA SITUAÇÃO OCORRERÁ QUANDO TODAS AS

EMPRESAS AGIEM COMO MAXIMIZADORAS DE LUCRO COMPETITIVAS, LOGO, O EQUILÍBRIO COMPETITIVO SERÁ EFICIENTE NO SENTIDO DE PARETO. (3.ª)

JÁ EM RELAÇÃO AO SEGUNDO TEMA DO BEM ESTÁO SABE-SE QUE NUMA ECONOMIA DE TROCAS PURAS QUE TODO EQUILÍBRIO EFICIENTE NO SENTIDO DE PARETO CONSTITUI UM POSSÍVEL EQUILÍBRIO COMPETITIVO SE, E SOMENTE SE, AS PREFERÊNCIAS DOS CONSUMIDORES FOREM CONVEXAS. POR SUA VEZ, NUMA ECONOMIA COM PRODUÇÃO PARA QUE A EFICIÊNCIA NO SENTIDO DE PARETO SEJA UM POSSÍVEL EQUILÍBRIO COMPETITIVO É NECESSÁRIO ALÉM DAS PREFERÊNCIAS CONVEXAS DOS CONSUMIDORES QUE O CONJUNTO DE PRODUÇÃO DAS EMPRESAS SEJA TAMBÉM CONVEXO.

(7)

FUNÇÃO DE PRODUÇÃO: $x^2 + 4y^2 = 100$ (A)

FUNÇÃO UTILIDADE: $u(x, y) = \sqrt{xy}$ (B)

PARA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = PMg_x = 2x \quad \frac{\partial I}{\partial y} = PMg_y = 4y$$

ENTÃO,

$$TTS = \frac{PMg_x}{PMg_y}$$

$$= \frac{1}{4} \frac{x}{y} \therefore \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{4} \frac{x}{y}$$

(1)

PARA FUNÇÃO UTILIDADE:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = UMg_x = \frac{1}{2} (xy)^{-1/2} (y)$$

LOGO,

$$TMS = \frac{UMg_x}{UMg_y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = UMg_y = \frac{1}{2} (xy)^{-1/2} (x)$$

$$= \frac{y}{x} \therefore \frac{p_x}{p_y} = \frac{y}{x}$$

(2)

IGUALANDO (1) E (2):

$$\frac{1}{4} \frac{x}{y} = \frac{y}{x}$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$4y^2 = x^2$$

$$x = 2y$$

$$y^2 = \frac{x^2}{4}$$

(3)

SUBSTITUINDO (3) EM (A):

$$(2y)^2 + 4y^2 = 100$$

$$8Y^2 = 700$$

1.A

$$Y = 3,5355 \therefore X = 7,0711$$

ENTÃO,

$$\frac{P_X}{P_Y} = \frac{1}{4} \cdot \frac{X}{Y} \quad \text{ou} \quad \frac{P_X}{P_Y} = \frac{Y}{X}$$

$$= 0,5$$

$$= 0,5$$

EXAMPLE 16.4: (MICROECONOMY THEORY PAGE 489 MICHAELSON)

$$D_2 = -2 \frac{P_2}{P_1} + \frac{P_3}{P_1} + 17$$

$$D_3 = -\frac{P_2}{P_1} - 2 \frac{P_3}{P_1} + 18$$

$$W_1 = W_2 = W_3 = 10.000$$

PARA OURO:

$$W_2 = D_2$$

$$10 = -2 \frac{P_2}{P_1} + \frac{P_3}{P_1} + 17 \quad (A)$$

$$10P_1 = -2P_2 + P_3 + 17P_1$$

$$P_3 = 2P_2 - P_1 \quad (1)$$

IGUALA-DO (1) E (2):

$$2P_2 - P_1 = 4P_1 - \frac{1}{2}P_2$$

$$2P_2 + \frac{1}{2}P_2 = 5P_1$$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = 2}$$

PARA PLATINA:

$$W_3 = D_3$$

$$10 = -\frac{P_2}{P_1} - 2 \frac{P_3}{P_1} + 18$$

$$10P_1 = -P_2 - 2P_3 + 18P_1$$

$$P_3 = 4P_1 - \frac{1}{2}P_2 \quad (2)$$

(3)

SUBSTITUINDO (3) EM (A):

$$10 = -2(2) + \frac{P_3}{P_1} + 11$$

$$\boxed{\frac{P_3}{P_1} = 3}$$

$$P_1 Z_1 = -P_2 Z_2 - P_3 Z_3$$

$$Z_1 = -\frac{P_2}{P_1} Z_2 - \frac{P_3}{P_1} Z_3$$

$$= -\frac{P_2}{P_1} \left(-2 \frac{P_2}{P_1} + \frac{P_3}{P_1} + 1 \right) - \frac{P_3}{P_1} \left(-\frac{P_2}{P_1} - 2 \frac{P_3}{P_1} + 1 \right)$$

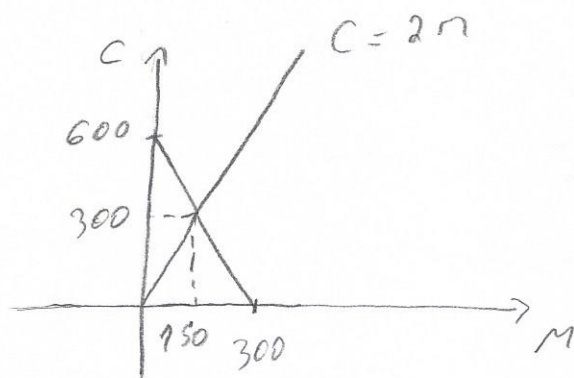
$$= 2 \frac{P_2^2}{P_1^2} - \frac{P_2}{P_1} \frac{P_3}{P_1} - \frac{P_2}{P_1} + \frac{P_2}{P_1} \frac{P_3}{P_1} + 2 \frac{P_3^2}{P_1^2} - 1 \frac{P_3}{P_1}$$

$$\boxed{= 2 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^2 - \frac{P_2}{P_1} + 2 \left(\frac{P_3}{P_1} \right)^2 - 1 \frac{P_3}{P_1}}$$

PROBLEMA 16.7: (MICROECONOMIC THEORY PAGE 493 MICHOELSON)

$$C + 2M = 600$$

16.7.1 $C = 600 - 2M$



16.1.B $C = 2M$

$C + 2M = 600$

$2M + 2M = 600$

$M = 150 \therefore C = 300$

16.1.C

COMO A ECONOMIA ESTÁ OPERANDO EFICIENTEMENTE IMPLICA QUE A FÁBRICA ESTÁ OPERANDO SOBRE A FRONTEIRA DE POSSIBILIDADE DE PRODUÇÃO E, SENDO ASSIM, O PREÇO RELATIVO SERÁ DADO PELA INCLINAÇÃO DA CURVA DA FRONTEIRA, OU SEJA:

$\frac{PM}{PC} = 2 \therefore \frac{PC}{PM} = \frac{1}{2}$

PROBLEM 16.3: (MICROECONOMIC THEORY PAGE 496 NICHOLSON)

A $X = K_X^{1/2} L_X^{1/2}$

$Y = K_Y^{1/3} L_Y^{2/3}$

$K_X + K_Y = K_T = 100$

$L_X + L_Y = L_T = 200$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO:

$\max X = K_X^{1/2} L_X^{1/2} \quad \text{s. A}$

$\bar{Y} = K_Y^{1/3} L_Y^{2/3}$

$\bar{K} = K_X + K_Y$

$\bar{L} = L_X + L_Y$

CONSTRUINDO A LAGRANGIANA:

$d(K_X, L_X, K_Y, L_Y, \lambda, M_1, M_2) = K_X^{1/2} L_X^{1/2} + \lambda (\bar{Y} - K_Y^{1/3} L_Y^{2/3}) + M_1 (\bar{K} - K_X - K_Y) + M_2 (\bar{L} - L_X - L_Y)$

CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM - CPO:

(1)

3

$$\frac{\partial d}{\partial K_x} = 0 \therefore \frac{1}{2} K_x^{-1/2} L_x^{1/2} - M_1 = 0 \therefore M_1 = \frac{1}{2} K_x^{-1/2} L_x^{1/2}$$

$$\frac{\partial d}{\partial L_x} = 0 \therefore \frac{1}{2} K_x^{1/2} L_x^{-1/2} - M_2 = 0 \therefore M_2 = \frac{1}{2} K_x^{1/2} L_x^{-1/2}$$

(2)

$$\frac{\partial d}{\partial K_y} = 0 \therefore -\lambda \frac{1}{3} K_y^{-2/3} L_y^{2/3} - M_1 = 0 \therefore M_1 = -\lambda \frac{1}{3} K_y^{-2/3} L_y^{2/3}$$

(3)

$$\frac{\partial d}{\partial L_y} = 0 \therefore -\lambda \frac{2}{3} K_y^{1/3} L_y^{-1/3} - M_2 = 0 \therefore M_2 = -\lambda \frac{2}{3} K_y^{1/3} L_y^{-1/3}$$

(4)

Dividindo (1) por (2):

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_x^{-1/2} L_x^{1/2}}{K_x^{1/2} L_x^{-1/2}} \therefore \frac{M_1}{M_2} = \frac{L_x}{K_x}$$

(5)

Dividindo (3) por (4):

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{K_y^{-2/3} L_y^{2/3}}{K_y^{1/3} L_y^{-1/3}} \therefore \frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L_y}{K_y}$$

(6)

IGUALANDO (5) E (6):

$$\frac{L_x}{K_x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L_y}{K_y} \therefore \boxed{\frac{K_x}{L_x} = 2 \frac{K_y}{L_y}}$$

16.3.B

$$\frac{K_x + K_y}{L_T} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{K_x}{L_T} + \frac{K_y}{L_T} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{L_x}{L_T} \cdot \frac{K_x}{L_T} + \frac{L_y}{L_T} \cdot \frac{K_y}{L_T} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{K_X}{L_X} \cdot \frac{L_X}{L_T} + \frac{K_Y}{L_Y} \cdot \frac{L_Y}{L_T} = \frac{1}{2}$$

3.9

$$R_X \cdot q_X + R_Y \cdot (1 - q_X) = \frac{1}{2}$$

16.3.C $R_X \cdot q_X + \frac{1}{2} R_X (1 - q_X) = \frac{1}{2}$

$$R_X \cdot q_X + \frac{1}{2} R_X - \frac{1}{2} R_X q_X = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} R_X \cdot q_X + \frac{1}{2} R_X = \frac{1}{2} \quad \times (2)$$

$$R_X \cdot q_X + R_X = 1$$

$$R_X (q_X + 1) = 1$$

$$R_X = \frac{1}{q_X + 1}$$

PROBLEM 16.6 (MICROECONOMIC THEORY PAGE 496 MICHAELSON)

$$U_S = X^{0.3} Y^{0.7}$$

$$U_T = X^{0.5} Y^{0.5}$$

$$X = 2L$$

$$Y = 3L$$

16.6.A $\frac{\partial U_S}{\partial X} = MU_{XS} = 0.3 X^{-0.7} Y^{0.7}$

$$\frac{\partial U_S}{\partial Y} = MU_{YS} = 0.7 X^{0.3} Y^{-0.3}$$

$$\begin{aligned} \frac{MU_{XS}}{MU_{YS}} &= \frac{0.3 X^{-0.7} Y^{0.7}}{0.7 X^{0.3} Y^{-0.3}} \\ &= \frac{3}{7} \frac{Y}{X} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial M_j}{\partial x} = \text{Mg}_{xj} = 0,5x^{-0,5}y^{0,5}$$

$$\frac{\partial M_j}{\partial y} = \text{Mg}_{yj} = 0,5x^{0,5}y^{-0,5}$$

$$\begin{aligned} TMS_j &= \frac{\text{Mg}_{xj}}{\text{Mg}_{yj}} = \frac{0,5x^{-0,5}y^{0,5}}{0,5x^{0,5}y^{-0,5}} \\ &= \frac{y}{x} \end{aligned}$$

AQUI CONEÇA A RESPOSTA PARA O ITEM A:

$$x = 2L_x \therefore L_x = \frac{x}{2}$$

$$L_x + L_y = 10$$

$$y = 3L_y \therefore L_y = \frac{y}{3}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 10$$

$$3x + 2y = 60$$

$$y = 30 - \frac{3}{2}x \quad \text{e) CURVA DE POSSIBILIDADE DE PRODUÇÃO}$$

SENDO ASSIM, $\boxed{\frac{p_x}{p_y} = \frac{3}{2}}$

16.6.B PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE - PMU:

$$\max M_s = x_s^{0,3} y_s^{0,7} \quad \text{s. a} \quad \frac{1}{2} \cdot x_s + \frac{1}{3} \cdot y_s = 10$$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x_s^{0,3} y_s^{0,7} + \lambda \left(10 - \frac{1}{2} x_s - \frac{1}{3} y_s \right)$$

CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM - CPO:

(1) 4.A

$$\frac{\partial d}{\partial x} = 0 \therefore 0,3 x_s^{-0,7} y_s^{0,7} - \lambda p_x = 0 \therefore \lambda = \frac{0,3 x_s^{-0,7} y_s^{0,7}}{p_x}$$

$$\frac{\partial d}{\partial y} = 0 \therefore 0,7 x_s^{0,3} y_s^{-0,3} - \lambda p_y = 0 \therefore \lambda = \frac{0,7 x_s^{0,3} y_s^{-0,3}}{p_y}$$

$$\frac{\partial d}{\partial \lambda} = 0 \therefore 10 - \frac{1}{2} x_s - \frac{1}{3} y_s = 0 \therefore \frac{1}{2} x_s + \frac{1}{3} y_s = 10$$

IGUALANDO (1) E (2):

$$\frac{0,3 x_s^{-0,7} y_s^{0,7}}{p_x} = \frac{0,7 x_s^{0,3} y_s^{-0,3}}{p_y}$$

$$\frac{y_s^{0,7}}{y_s^{-0,3}} = \frac{0,7}{0,3} \frac{p_x}{p_y} \frac{x_s^{0,3}}{x_s^{-0,7}}$$

$$y_s = \frac{7}{3} \frac{p_x}{p_y} x_s$$

SUBSTITUINDO (4) EM (3):

$$p_x \cdot x_s + p_y \cdot \frac{7}{3} \frac{p_x}{p_y} x_s = 10$$

$$p_x \cdot x_s + \frac{7}{3} p_x \cdot x_s = 10$$

$$\frac{1}{2} x_s + \frac{7}{6} x_s = 10$$

$$3x_s + 7x_s = 60$$

$$10x_s = 60$$

$$x_s = 6$$

SUBSTITUINDO (5) EM (4):

$$y_s = \frac{7}{3} \frac{1/2}{1/3} \cdot 6$$

$$= \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 6$$

$$= 21$$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE - PMU:

(5)

$$\max U_J = X_J^{0,5} Y_J^{0,5} \quad \text{s. a} \quad \frac{1}{2} X_J + \frac{1}{3} Y_J = 70$$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(X_J, Y_J, \lambda) = X_J^{0,5} Y_J^{0,5} + \lambda \left(70 - \frac{1}{2} X_J - \frac{1}{3} Y_J \right)$$

CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM - CPO:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_J} = 0 \therefore 0,5 X_J^{-0,5} Y_J^{0,5} - \frac{1}{2} \lambda = 0 \therefore \lambda = X_J^{-0,5} Y_J^{0,5} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_J} = 0 \therefore 0,5 X_J^{0,5} Y_J^{-0,5} - \frac{1}{3} \lambda = 0 \therefore \lambda = 1,5 X_J^{0,5} Y_J^{-0,5} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \therefore 70 - \frac{1}{2} X_J - \frac{1}{3} Y_J = 0 \therefore \frac{1}{2} X_J + \frac{1}{3} Y_J = 70 \quad (3)$$

IGUALANDO (1) E (2):

$$X_J^{-0,5} Y_J^{0,5} = 1,5 X_J^{0,5} Y_J^{-0,5}$$

$$\frac{Y_J^{0,5}}{Y_J^{-0,5}} = \frac{1,5 X_J^{0,5}}{X_J^{-0,5}}$$

$$Y_J = 1,5 X_J$$

(4)

SUBSTITUINDO (4) EM (3):

$$\frac{1}{2} X_J + \frac{1}{3} 1,5 X_J = 70$$

$$\frac{1}{2} X_J + \frac{1}{2} X_J = 70$$

$$\boxed{X_J = 70}$$

(5)

S.A

SUBSTITUINDO (3) EM (4):

$$Y_5 = 1,3(10)$$

$$= 13$$

16.6.C

$$X = X_5 + X_5$$

$$X = 6 + 10$$

$$X = 16$$

$$X = 2L \therefore 16 = 2L$$

$$2L = 16$$

$$L = 8$$

$$Y = Y_5 + Y_5$$

$$= 27 + 9$$

$$= 36$$

$$Y = 3L \therefore 36 = 3L$$

$$3L = 36$$

$$L = 12$$

QUESTÃO EXTRA:

$$u_i = \ln x_1^i + \ln x_2^i$$

$$w_i^y = (10, 5)$$

$$p = (p, 1)$$

$$p_1 x_1^i + p_2 x_2^i = \underbrace{p_1 w_1^i + p_2 w_2^i}_{M^i}$$

PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE - PMU:

$$\max u^i = \ln x_1^i + \ln x_2^i \quad \text{s. a.} \quad p_1 x_1^i + p_2 x_2^i = M^i$$

MONTANDO A LAGRANGIANA:

$$\mathcal{L}(x_1^i, x_2^i, \lambda) = \ln x_1^i + \ln x_2^i + \lambda (M^i - p_1 x_1^i - p_2 x_2^i)$$

CONDIÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM - CPO:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^i} = 0 \therefore \frac{1}{x_1^i} - \lambda p_1 = 0 \therefore \lambda = \frac{1}{x_1^i \cdot p_1}$$

(7)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^i} = 0 \therefore \frac{1}{x_2^i} - \lambda P_2 = 0 \therefore \lambda = \frac{1}{x_2^i \cdot P_2}$$

(2) (6)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \therefore M^i - P_1 x_1^i - P_2 x_2^i = 0 \therefore M^i = P_1 x_1^i + P_2 x_2^i$$

(3)

IGUALANDO (1) E (2):

$$\frac{1}{x_1^i \cdot P_1} = \frac{1}{x_2^i \cdot P_2} \therefore x_2^i \cdot P_2 = x_1^i \cdot P_1$$

(4)

SUBSTITUINDO (4) EM (3):

$$M^i = P_1 x_1^i + P_1 \cdot x_1^i$$

$$M^i = 2P_1 x_1^i$$

$$x_1^i = \frac{M^i}{2P_1} \therefore \boxed{x_1^i = \frac{M^i}{2P}} \text{ pois } P_1 = P$$

(5)

SUBSTITUINDO (5) EM (4):

$$x_2^i \cdot P_2 = \frac{M^i}{2P} \cdot P_1$$

$$x_2^i(1) = \frac{M^i}{2P} \cdot R \text{ pois } P_2 = 1 \text{ E } P_1 = P$$

$$\boxed{x_2^i = \frac{M^i}{2}}$$

(6)

CALCULANDO M^i :

$$\begin{aligned} M^i &= P_1 \cdot w_1^i + P_2 \cdot w_2^i \\ &= 10 \cdot P_1 + 5 \cdot P_2 \end{aligned}$$

$$\boxed{M^i = 10P + 5} \quad \text{pois } P_1 = P \text{ e } P_2 = 1$$

(7) **6.A**

SUBSTITUINDO (7) EM (5) E (6):

$$\boxed{X_1^i = \frac{10P + 5}{2P}}$$

$$\boxed{X_2^i = \frac{10P + 5}{2}}$$

$$X_1^A = X_1^B = \frac{10P + 5}{2P}$$

POIS É A MESMA FUNÇÃO UTILIDADE PARA OS DOIS CONSUMIDORES.

$$X_2^A = X_2^B = \frac{10P + 5}{2}$$

NO EQUILÍBRIO GERAL TEM-SE:

$$X_1^A + X_1^B = W_1^A + W_1^B$$

SENDO ASSIM,

$$\frac{10P + 5}{2P} + \frac{10P + 5}{2P} = 10 + 10$$

$$2 \left(\frac{10P + 5}{2P} \right) = 20$$

$$\frac{10P + 5}{P} = 20$$

$$10P + 5 = 20P$$

$$10P = 5$$

$$P = \frac{1}{2}$$

TOCADA,

$$(P_1, P_2) = (P, 1)$$

$$= (1/2, 1)$$

SEMO ASSIM,

7

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1/2}{1}$$

$$\boxed{= \frac{1}{2}}$$

PREÇO RELATIVO NO EQUILÍBRIO GERAL

MOSTRANDO QUE $Z_i = 0$:

$$Z_i = e_i^A + e_i^B \quad e_i^j = X_i^j - w_i^j$$

$$Z_1 = (X_1^A - w_1^A) + (X_1^B - w_1^B)$$

$$= \frac{10P + 5}{2P} - 10 + \frac{10P + 5}{2P} - 10$$

$$= 2 \left(\frac{10P + 5}{2P} \right) - 20$$

$$= \frac{10P + 5}{P} - 20$$

$$= \frac{10P + 5 - 20P}{P}$$

$$Z_1 = \frac{5 - 10P}{P}$$

COMO $P = \frac{1}{2}$ TEM-SE:

$$Z_1 = \frac{5 - 10(1/2)}{1/2}$$

$$= (5 - 5) 2$$

$$\boxed{= 0}$$

